

目标是:重点改造中低产田、合理规划区域灌溉、加快地肥力建设、建设高标准基本农田 $6.7 \times 10^4 \text{ hm}^2$, 提高农业综合生产能力、优化农业结构、促进生态发展,为全州农村脱贫致富、实现小康而奋斗。目前主要通过中低产田土的改造,以增加高标准基本农田的数量。

标准化农田在土壤肥力、土壤环境质量、环境条件等都有明确指标和要求,其中环境条件、尤其是农田水利建设最为重要^[10]。因此要完善农田灌排设施体系、加快抗旱水源工程建设、大力发展高效节水灌溉、加强防洪薄弱环节建设、搞好水土保持生态建设、加快饮水安全建设。要抓责任落实、资金落实、政策落实、项目落实。尤其要解决好资金筹措难、落实主体难、建管组织难等问题。

4.1 资金筹措

农田水利基础设施是公益性事业,应以政府投入为主,农户投入、社会投入、信贷投入为补充的“一主三补充”的投入机制,可适当依靠市场,吸引社会资金^[11]。采取承包、租赁、股份制、股份合作制和拍卖等方式,改变原有农田水利设施,通过户办、个人承包、联户办、股份合作制等形式新建农田水利工程^[11]。

4.2 落实主体

实行产权制度改革,将经营权利转让给产权承包人,将建设、维修和管理等责任尽可能转移给产权承接人,实现责、权、利统一。一是权利和责任捆绑转移,主要适用于原归政府或集体所有并管理的农田水利设施;二是谁投资、谁所有、谁受益,主要适合于社会力量新建的农田水利设施。

4.3 建管组织

(1)建立健全指挥机构。政府分管领导任组长,国土资源、发改委、财政、水利、农业、监察、审计等部门为指挥部成员单位^[12],形成领导、监督、技术的健全机构。

(2)明确任务,落实责任。政府要逐级签订建设管理责任书,明确任务、落实责任。通过签订责任书,建立起协调有力、组织有序、管理高效、保障有力的工作机制^[12]。

(3)督察问效,强力推进。通过督察、稽查、审计、问效等多种措施,强力推进水利项目的建设实施;建立公示制度、监督制度、事故责任追究制度,切实解决工程建设中存在的各种问题,强力推进工程建设,确保工程质量^[12]。

(4)积极推行四项制度。项目法人制、招标投标制、合同管理制、建设监理制,规范了建设单位、监理单位和施工单位的权利与职责,促进了项目建设有序、依法、高效、优质的统一^[13]。把好资质关,选定有相应资质的监理单位;特别是在招标投标中,要依法行事,邀请有关部门领导和专家组成招标委员会,科学论证。充分发挥项目法人在质量管理中的主导作用和监理单位的控制作用。妥善处理兴修农田水利工程中的移民、用地等问题,做好安置工作。努力创造条件,积极推进农田水利重点县的建设,加强农业科技推广服务与应用的推广,重视农田水利研究与管理人才的培养。

5 结语

凉山州农田水利基本建设,是践行“三个代表”重要思想和落实科学发展观,落实省委省政府和围绕州委州政府立足资源、拓展两线、开发三江、发展三带经济,统筹区域经济协调发展战略目标的具体体现,对解决“三农”新老问题、推动农业现代化、实现精准扶贫、促进农民小康建设具有重要意义。经过多年的农田水利建设,凉山州在农田水利建设投入、蓄引提水、有效灌面、节水灌面、饮水安全、病险水库和水土流失治理、高标准农田建设、中低产田土改造、新建微型水利工程等方面,出色地完成了预定目标,建成以安宁河谷为示范的高标准农田区、以佑君镇供水站为模板的农村饮水安全工程、以会东县为样本的中央财政小型农田水利重点县,提出了以河道河长制管理促进农田水利建设的新构想。农田水利建设让凉山州农民靠天吃饭成为历史,通过农田水利工程的实施,真正实现山水林田路综合治理、生态效率经济效率齐头并进的良好目标,将把凉山州的农村经济推上一个崭新的台阶。

参考文献:

- [1] 凉山州人民政府. 2006—2020年凉山州农田水利基本建设总体规划纲要[EB/OL]. 2005-09-19. http://china.findlaw.cn/fagui/p_1/305531.html.
- [2] 姜文来. 利水型农业初步研究[J]. 中国农业资源与区划, 2013, 34(4): 1-4.
- [3] 王冠军, 陈献, 柳长顺, 等. 新时期我国农田水利存在问题及发展对策[J]. 中国农村水利水电, 2012(5): 10-14.
- [4] 张鑫, 王家辰. 农田水利设施建设村社力量不足的研究[J]. 改革与战略, 2012, 28(2): 92-94.
- [5] 王华, 唐峥嵘. 论四川省民办公助小农水建管机制[J]. 中国农村水利水电, 2011(21): 50-51.

空间分数阶薛定谔方程保能性及无条件稳定性研究

王仲池¹, 张宗标²

(1.安徽财经大学统计与应用数学学院,安徽 蚌埠 233000;2.亳州学院教育系,安徽 亳州 236800)

摘要:结合标准有限元方法及 Crank-Nicolson 有限差分方法给出了求解空间分数阶变系数薛定谔方程的一种全离散数值格式。时间方向上采用修改的 Crank-Nicolson 离散格式,空间方向上采用了有限元方法。从理论上证明该离散格式的保能性及无条件稳定性。

关键字:空间分数阶薛定谔方程;变系数;Crank-Nicolson 格式;有限元方法

中图分类号: O241.82 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-1891(2017)02-0015-02

The Conservative Properties of the Space Fractional Schrödinger Equation with Variable Coefficient

WANG Zhong-chi¹, ZHANG Zong-biao²

(1. School of Statistics and Applied Mathematics, Anhui University of Finance and Economics, Bengbu, Anhui 233000, China; 2. Department of Education, Bozhou University, Bozhou, Anhui 236800 China.)

Abstract: In this paper, we discuss the discrete scheme of a class of the Space fractional Schrödinger Equations, which is obtained by using the finite element method and the Crank-Nicolson finite difference method. In the time direction, we adopt a modified Crank-Nicolson scheme, meanwhile, in the space direction, the finite element method is used. We prove the conservation properties and unconditional stability in both the theoretical analysis.

Keywords: Space fractional Schrödinger equation; Variable Coefficient; Crank-Nicolson scheme; Finite element method

0 引言

分数阶微分方程在工程、经济、金融等方面具有广泛的应用。然而,由于分数阶项的存在,导致很难获得其解析解,因此,本文拟用数值算法来研究该类方程。分数阶薛定谔方程是物理领域量子力学中的一个重要方程,其广泛应用于描述非线性光学、玻色子-爱因斯坦凝聚、等离子体、激光脉冲等多种物理现象,近些年受到了物理学及数学领域的广泛关注。^[1-2]

本文考虑以下初边值空间分数阶变系数薛定谔方程:

$$iu_t - (-\Delta)^{\frac{\alpha}{2}} u + \beta(t)|u|^2 u = 0 \tag{1}$$

其中初值和边值条件为:

$$u(x, 0) = u_0(x), x \in \Omega$$

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} u(x, t) = 0, t \in T,$$

其中, i 为虚数, $1 < \alpha < 2, 0 < \beta_1 < \beta(t) < \beta_2, u_0(x)$ 为已知的光滑函数, $(-\Delta)^{\frac{\alpha}{2}} u$ 为 Riesz 分数阶导数, 定义如下:

$$(-\Delta)^{\frac{\alpha}{2}} u = \frac{\partial^\alpha}{\partial |x|^\alpha} u = -\frac{1}{2 \cos(\frac{\alpha\pi}{2})} ({}_x D_L^\alpha u(x, t) + {}_x D_R^\alpha u(x, t))$$

1 全离散格式构造

假设方程(1)的解在区间 $\Omega = (a, b)$ 外足够小, S_h 为 Ω 的网格剖分, h 为空间步长。定义有限元空间 $X_h := \{u \in C(\bar{\Omega}) \cap H_0^{\frac{\alpha}{2}}(\Omega); u|_K \in P_m, \forall K \in S_h\}$ 。时间区间 $J = [0, T]$, 时间步长为 τ , 时间步数 $N = \frac{T}{\tau}$ 。

首先给出如下引理:

引理 1 ^[1]: 对于 $1 < \alpha < 2$, 如果 $u, v \in J_L^\alpha(\Omega)(J_R^\alpha(\Omega))$, $u|_{\partial\Omega} = v|_{\partial\Omega} = 0$, 则有:

收稿日期: 2016-12-18

基金项目: 安徽省高等学校自然科学基金项目(KJ2016A492); 亳州学院科研项目保障性住房的博弈论研究(BSKY201426); 亳州学院校级课题分数阶偏微分方程的有限元计算(BSKY201535)。

作者简介: 王仲池(1997—), 男, 安徽亳州人, 本科在读, 研究方向: 经济统计。

$$({}_x D_L^\alpha u(x,t), v) = ({}_x D_L^{\alpha/2} u(x,t), {}_x D_R^{\alpha/2} u(x,t))$$

$$({}_x D_R^\alpha u(x,t), v) = ({}_x D_R^{\alpha/2} u(x,t), {}_x D_L^{\alpha/2} u(x,t))$$

根据以上引理,得到问题(1)的变分形式:

$$i(u_t, v) - B(u, v) + (\beta(t)|u|^2 u, v) = 0, \forall v \in H_0^{\frac{\alpha}{2}}(\Omega), \quad (2)$$

其中初始条件为 $u(x, 0) = u_0(x), x \in \Omega$,

$$B(u, v) := -\frac{1}{2 \cos(\frac{\alpha\pi}{2})} [({}_x D_L^{\frac{\alpha}{2}} u(x,t), {}_x D_R^{\frac{\alpha}{2}} v(x,t)) + ({}_x D_R^{\frac{\alpha}{2}} u(x,t), {}_x D_L^{\frac{\alpha}{2}} v(x,t))]$$

假设 $U^n (1 < n < N)$ 为 $u(x, t_n)$ 的近似解,

$$\delta_t U^{n+1/2} := \frac{U^{n+1} - U^n}{\tau}, U^{n+\frac{1}{2}} = \frac{U^{n+1} + U^n}{2}, \text{ 则得到}$$

问题(1)的全离散有限元格式,即求 $U^{n+1} (0 < n < N - 1) \in X_h$, 满足

$$i(\delta_t U^{n+1/2}, v_h) - B(U^{n+1/2}, v_h) + \beta(t_{n+\frac{1}{2}})(|U^{n+1}|^2 + |U^n|^2)U^{n+1/2}, v_h = 0 \quad (3)$$

其中 $v_h \in X_h$ 且初始条件 $U^0 = p_h u^0$.

2 保能性及无条件稳定性研究

根据双线性内积函数 $B(u, v)$ 的定义,很容易得到如下引理:

引理 2: 对于 $U^n (1 < n < N) \in X_h$, 有如下结论:

$$\operatorname{Re}\{B(U^{n+\frac{1}{2}}, \delta_t U^{n+1/2})\} = \frac{1}{2\tau} (|U^{n+1}|_\alpha^2 - |U^n|_\alpha^2)$$

这样,可以得到:

定理 1: 全离散格式(3)是保能的,即

$$Q^n = Q^0, E^n = E^0, 1 \leq n \leq N,$$

其中

$$Q^n := \|U^n\|^2, E^n := |U^n|_\alpha^2 - \frac{\beta(t_{n+\frac{1}{2}})}{2} \|U^n\|_{L^4}^2$$

证明: 令(3)式 $v_h = U^{n+1/2}$, 然后对所得的式子两边同时取虚部,可以得到 $Q^n = Q^0$. 类似地, 令(3)式, $v_h = \delta_t U^{n+1/2}$ 然后对所得的式子两边同时取实部, 根据引理 2, 可以得到 $E^n = E^0$.

为了得到离散解的 L^2 范及 L^∞ 范的稳定性结论, 首先引入如下 2 个引理:

引理 3: (Uniform Sobolev Inequality) 对于

$\forall \frac{1}{2} < \sigma \leq 1$, 存在一个与 h 无关的常数 $C_\sigma > 0$, 满足

$$\|u\|_\infty \leq C_\sigma \|u\|_{\frac{3}{\sigma}}$$

引理 3: (Uniform Gagliardo-Nirenberg Inequality) 对于 $\forall \frac{1}{4} < \sigma_0 \leq 1$, 存在一个与 h 无关的常数 $C_{\sigma_0} > 0$, 满足

$$\|u\|_{L^4} \leq C_{\sigma_0} |u|_\alpha^{\frac{\sigma_0}{\sigma}} \|u\|^{1-\frac{\sigma_0}{\sigma}}$$

定理 2: 全离散格式(3)是无条件稳定的, 即,

$$\|U^n\| < C_1, \|U^n\|_\infty < C_2, 0 \leq n \leq N$$

其中 C_1 和 C_2 为与 h 和 τ 无关的正常数.

证明: 由定理 1 可以直接得出 $\|U^n\| < C_1$. 根据定理 1, 可以得到

$$|U^n|_\alpha^2 - \frac{\beta(t_{n+\frac{1}{2}})}{2} \|U^n\|_{L^4}^2 = E^0$$

所以

$$|U^n|_\alpha^2 = E^0 + \frac{\beta(t_{n+\frac{1}{2}})}{2} \|U^n\|_{L^4}^2 \leq E^0 + \frac{\beta_2}{2} \|U^n\|_{L^4}^2 \quad (4)$$

由引理 3、Young 不等式及分数阶 Poincare 不等式, 有

$$\|U^n\|_{L^4}^4 \leq C_{\sigma_0} |U^n|_\alpha^{\frac{8\sigma_0}{\alpha}} \|U^n\|^{4-\frac{8\sigma_0}{\alpha}} \leq C_{\sigma_0} \left(\varepsilon |U^n|_\alpha^2 + C(\varepsilon) \right) \quad (5)$$

结合(4)和(5), 可得

$$|U^n|_\alpha^2 \leq E^0 + C_{\sigma_0} \left(\varepsilon |U^n|_\alpha^2 + C(\varepsilon) \right) \quad (6)$$

选取 $\varepsilon = \frac{1}{2C_{\sigma_0}}$, 得到

$$|U^n|_\alpha^2 \leq 2E^0 + 2C_{\sigma_0} C(\varepsilon)$$

最后利用引理 2, 完成定理的证明.

3 结语

本文首先利用有限元方法以及有限差分法构造了空间分数阶薛定谔方程的全离散格式, 进而分析该格式的保能性及其无条件稳定性. 需要说明的是, 研究空间分数阶薛定谔方程的无条件稳定性是首创性工作, 对误差分析过程中处理非线性项起到非常重要的作用.

参考文献:

- [1] LI M, HUANG C, WANG P. Galerkin Finite Element Method for Nonlinear Fractional Schrödinger Equations[J]. Numerical Algorithms, 2016(1):27.
- [2] LI M, HUANG C, ZHANG Z. Unconditional Error Analysis of Galerkin FEMs for Nonlinear Fractional Schrödinger Equation [J]. Applicable Analysis, 2016: 1-21.
- [3] ZHANG, H., LIU, F., Anh, V. Galerkin Finite Element Approximation of Symmetric Space-fractional Partial Differential Equations[J]. Appl. Math. Comput, 2010, 217(6): 2534-2545.

基于数据挖掘的客户行为分析

——以中小餐饮企业为例

王召义

(安徽商贸职业技术学院经济贸易系,安徽 芜湖 241002)

摘要:随着“夜经济”日益成为商业活动的消费亮点,众多商家一直致力于通过满足消费者多样化的需求和体验来促使销售额的稳步提升。但是,很多店铺的夜间客流量并不理想,店铺的整体收益难以提高,是商家长期以来所面临的难题。借助多元线性回归和支持向量机对客户行为进行研究,发掘关键影响因素,预判客户消费行为。实证研究表明,分析客户行为可以为企业及时调整营销策略提供支持。

关键词:多元线性回归;支持向量机;LIBSVM;解释变量

中图分类号:F713.55 **文献标志码:**A **文章编号:**1673-1891(2017)02-0017-04

Customer Behavior Analysis Based on Data Mining: a Case Study on Small and Medium Catering Enterprises

WANG Zhao-yi

(Department of Economics and Trade, Anhui Business College, Wuhu, Anhui 241002, China)

Abstract: At present, the "night economy" has become a highlight activity, and all businesses are working to meet the diversified market needs and improve the user's experience. While, the results are not satisfactory, and the total income is hard to increase. In this paper, multiple linear regression and support vector machines are used to study customer behavior, identify key influencing factors and predict customer behavior. The empirical research shows that, with the help of data mining technology, it can help enterprises to timely adjust advertising and marketing strategies to provide targeted service.

Keywords: multiple linear regression; support vector machine; LIBSVM; explanatory variables

1 问题由来

夜生活的经济效益(简称夜经济)是指人们在夜间所从事的生产性活动及消费性经济活动,目前已成为许多城市新的经济增长点^[1]。因此,中小餐饮企业竭尽全力,变着花样玩促销,期望通过满足消费者多样化的需求和体验来促使销售额的稳步提升。但是,未经过市场调研和数据分析盲目延长夜间营业时间,不仅会增加营业成本,还会带来负面效果^[2]。经过调查,有不少店铺的夜间营业额都不理想且难以提供有针对性的客户服务。因此,借助数据挖掘技术来发掘客户行为的关键影响因素并预判客户消费行为,为企业解决以上难题提供方法,并为企业制

定营销服务策略提供决策支持。本文借助多元线性回归和支持向量机对上述问题进行分析探讨,以期对商家夜间竞争力的提升提供指导。

2 研究基础

2.1 多元线性回归

多元回归分析可以用于考察输出结果与多个解释变量之间存在的关联性,其数学模型如下:

设 $x=(x_1, x_2, \dots, x_p)$ 是解释变量, y 是输出结果,如果 y 与 X 是线性的,那么进行 n 次试验后,可得 n 组数据:

$$(y_i, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip}), (i=1, 2, \dots, n)$$

此刻, y 与 x 有如下线性关系:

收稿日期:2017-02-20

基金项目:2017年安徽省高校优秀青年人才支持计划重点项目(gxyqZD2017110);大学生创客实验室建设计划“Big Data& Analytics Hub 创客实验室”(2016ckjh088);安徽省高校自然科学研究重点项目“基于改进RFM模型的电子商务协同过滤推荐算法研究”(KJ2016A253);安徽省教学研究项目:基于校企合作的电子商务高素质技能型人才培养模式研究(2015jyxm751);2017年“三平台两基地”应用研究项目:基于SVM的网络创业过程性评价研究(2017ZDF05)。

作者简介:王召义(1983—),男,安徽宿州人,讲师,硕士,研究方向:电子商务。

$$y_1=b_0+b_1x_{11}+b_2x_{12}+\dots+b_px_{1p}+\varepsilon_1$$

$$y_2=b_0+b_1x_{21}+b_2x_{22}+\dots+b_px_{2p}+\varepsilon_2$$

$$\dots\dots$$

$$y_n=b_0+b_1x_{n1}+b_2x_{n2}+\dots+b_px_{np}+\varepsilon_n$$

其中, $b_0, b_1, b_2, \dots, b_p$ 是 x 的相应系数, ε_i 是相应误差。

2.2 支持向量机

支持向量机(Support Vector Machine, SVM)是 Corinna Cortes 和 Vapnik 等于 1995 年首先提出的,它在解决小样本、非线性及高维模式识别中表现出许多独特优势,并能够推广应用到函数拟合等其他机器学习问题中^[3]。

C-SVC 模型是 SVM 的二分类模型,原理如下:

(1) 设 $T=\{(x_1, y_1), \dots, (x_l, y_l)\} \in (X \times Y)^l$

其中 $x_i \in X = R^n, y_i \in Y = \{1, -1\} (i=1, 2, \dots, l); x_i$ 为特征向量。

(2) 参数寻优并求解下式最优解:

$$\min \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l y_i y_j \alpha_i \alpha_j K(x_i, x_j) - \sum_{j=1}^l \alpha_j$$

$$s.t. \sum_{i=1}^l y_i \alpha_i = 0,$$

$$0 \leq \alpha_i \leq C, i=1, 2, \dots, l$$

得到最优解: $\alpha^*=(\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_l^*)^T$ 。

(3) 计算阈值 b^*

$$b^* = y_i - \sum_{j=1}^l y_j \alpha_j^* K(x_i - x_j) \quad (0 < \alpha_j^* < C)$$

(4) 构造决策函数:

$$f(x) = \text{sgn}(\sum_{i=1}^l \alpha_i^* y_i K(x, x_i) + b^*)$$

$f(x)$ 是取值为 1 和 -1 的函数。sgn(*) 为非负数时, $f(x)=1$, 为负数时, $f(x)=-1$ 。

3 研究模型

基于数据挖掘的客户行为分析,核心是使用数据挖掘技术发掘关键影响因素和实现预判消费行为功能。研究模型主要分为 3 个部分:数据准备、数据分析和结论,具体流程如图 1 所示。

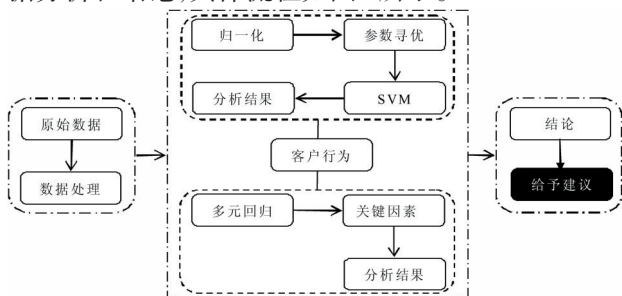


图 1 研究模型

1) 数据准备。根据企业的营销数据或调查结

果,确定输出结果、分析单位和解释变量。根据数据挖掘技术对输入数据的格式要求,对原始数据做预处理。

2) 数据分析。数据分析分为 2 个阶段展开工作:第一阶段是对预处理后的数据做多元线性回归分析,发掘关键影响因素;第二阶段是用支持向量机对客户消费行为进行预判。

3) 结论。以分析结果为参考,为企业调整营销策略提供建议。

4 实证研究

有一家连锁餐厅 A 位于市区步行街某商业广场内,其工作日的夜间客流量很不理想,店铺的整体收益也难以提高。为此, A 开展了一次市场调查活动,调查对象仅限于“过去 3 个月间(不限时间段)至少光顾过一次 A 店”这一设定给出肯定回答的客户。调查问卷包括 9 个问题:年龄、性别、婚姻情况、广告印象、光顾频率、消费金额、菜品种类等。

表 1 解释变量

代号	解释变量	数值
x1	调查 ID	1, 2, 3, …, 1000
x2	年龄	
x3	性别	1 代表男性, 0 代表女性
x4	婚姻情况	0 代表未婚, 1 代表已婚
x5	广告印象	1 代表印象很差; 2 代表没什么好印象; 3 代表没看到广告, 不知道; 4 代表印象不错; 5 代表印象非常好
x6	光顾次数	夜间(18:00—23:00)光顾次数
x7	光顾人数	最常有状况是几位一起夜间光顾, 数值(0, 1, 2, 3, 4, 5)代表有几人同行
x8	消费金额	夜间平均消费金额
x9	套餐	
x10	面类	
x11	盖浇饭	夜间光顾时, 你自己点过的菜品;
x12	甜品	1 代表点过, 0 代表没有点过。
x13	其他小食	
x14	饮料	
x15	酒类	
x16	总消费金额	光顾次数与消费金额的乘积

表 2 调查结果

x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15
1	35	0	1	5	1	1	1700	1	0	1	1	0	1	0
2	57	0	1	3	3	3	600	1	0	1	0	0	0	1
3	42	1	0	3	2	0	700	1	1	1	0	0	0	0
4	29	1	0	5	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0
5	54	0	0	3	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0