

基于嫦娥三号软着陆目标区域选取的研究*

李峻山, 赵婉茹, 许梦宇, 朱家明

(安徽财经大学 统计与应用数学学院, 安徽 蚌埠 233030)

【摘要】针对嫦娥三号探月卫星运行过程,主要探究嫦娥三号软着陆过程中着陆目标区域的选取。根据不同地域所拍摄照片像素点数值大小不同的特性,通过构造、计算平坦系数并建立合适的空间直角坐标系,从而找出相对平坦区域,根据路径最小原则,选取嫦娥三号的最佳着陆地点,并给出相应的轨迹方程。

【关键词】嫦娥三号;软着陆;灰度图像矩阵;MatlabR2010b;平坦系数

【中图分类号】V525 **【文献标志码】**A **【文章编号】**1673-1891(2015)04-0022-03

发射人造地球卫星、载人航天和深空探测是人类航天活动的三大领域。重返月球、开发月球资源、建立月球基地已成为世界航天活动的必然趋势和竞争热点。开展月球探测工作是我国迈出航天深空探测第一步的重大举措。实现月球探测将是我国航天深空探测零的突破。月球已成为未来航天大国争夺战略资源的焦点。本文以2014年全国大学生数学建模竞赛A题^[1]为例,以嫦娥三号探月卫星为研究对象,通过Matlab编程,来研究嫦娥三号软着陆过程中的粗避障、精避障阶段的着陆目标选取。

1 研究准备

1)对新名词的解释:平坦系数(d):利用平面灰度图像矩阵(G_{mn})计算出的用以描述平面平整度的系数,数值越小表示平面越平坦。其具体计算公式如下:

$$d = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (G_{ij} - \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n G_{ij}}{m \times n}) \quad \star$$

A_{mn} 表示平面灰度图像矩阵

2)坐标系的建立:以飞船所拍摄照片的中心(月球的19.51W,44.12N)为坐标原点,竖直向上为 z 轴, x,y 轴分别建立在数字高程图中所显示的水平面上并与图片边缘平行,坐标系建立结果如图1所示。

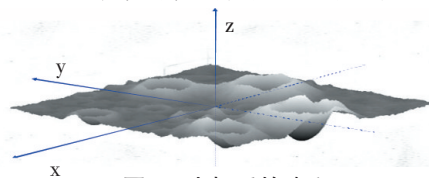


图1 坐标系的建立

2 粗避障阶段的分析与求解

2.1 粗避障阶段的分析

在粗避障阶段要求我们避开较大的陨石坑,也就是说我们应该把飞船引导向尽量平坦的地区降落,我们通过2400 m高度拍摄的灰度图像寻找平坦

区域,根据灰度图像矩阵数值大小可以反映地理相对高度大小的特性,我们对灰度图像矩阵进行分块^[2],计算每一个分块矩阵的平坦系数,这样我们只要把飞船引导向平坦系数最小的区域即可。距月面2400 m处的数字高程照片如图2所示。

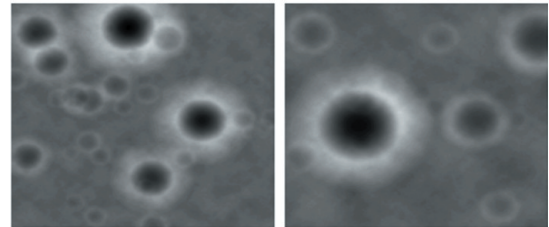


图2 距月面2400 m(左)和100 m(右)处的数字高程图

2.2 挑选粗避障的着陆目标区域

选取合适的分块矩阵大小:

在粗避障阶段拍出的数字高程图的水平分辨率是1 m/像素,其数值的单位是1 m,矩阵大小是2300 × 2300;而在距月面100 m拍出的数字高程图的水平分辨率为0.1 m/像素,数值单位是0.1 m,大小是1000 × 1000;为了与精避障阶段的研究联系起来,在现阶段我们选择100 × 100作为一个单位分块矩阵大小。

计算平坦系数秩序矩阵:

第一步:用Matlab将(距2400 m处的数字高程图)图像读入^[3]后得矩阵:

$$A = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nn} \end{pmatrix} \quad (n=2300)$$

第二步:挑取出矩阵A中的每一个100 × 100矩阵:

$$B_r = \begin{pmatrix} x_{kl} & x_{l+1} & \cdots & x_{k+l+99} \\ x_{k+l} & x_{k+l+1} & \cdots & x_{k+l+99} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{k+99l} & x_{k+99l+1} & \cdots & x_{k+99l+99} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{1,1} & z_{1,2} & \cdots & z_{1,100} \\ z_{2,1} & z_{2,2} & \cdots & z_{2,100} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{100,1} & z_{100,2} & \cdots & z_{100,100} \end{pmatrix}$$

收稿日期:2015-10-14

*基金项目:安徽财经大学教研项目(acjydz201429)。

作者简介:李峻山(1993-),男,安徽淮南人,研究方向:信息与计算科学。

其中 $k = 1, 2, \dots, 2201, l = 1, 2, \dots, 2201, r = 1, 2, \dots, 2201^2$.

第三步:计算矩阵 B_r 中所有元素的均值 t_r

$$t_r = \frac{1}{10000} \sum_j \sum_i z_{ij} \quad (r=1, 2, \dots, 2201^2)$$

第四步:计算平坦系数矩阵 D , 并对矩阵 d 进行降序排序得排序后矩阵 D'

$$C_r = B_r - t_r = \begin{pmatrix} y_{r,11} & y_{r,12} & \dots & y_{r,1,100} \\ y_{r,21} & y_{r,22} & \dots & y_{r,2,100} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{r,100,1} & y_{r,100,2} & \dots & y_{r,100,100} \end{pmatrix} \quad (r=1, 2, \dots, 2201^2)$$

$$d_r = \sum_i \sum_j y^2_{r,ij} \quad (i = 1, 2, \dots, 100, j = 1, 2, \dots, 100, r = 1, 2, \dots, 2201^2)$$

$$D = [d_1, d_2, \dots, d_{2201^2}]$$

对 D 排序得秩序矩阵 $D'^{[4]}$, 那么合适的降落区域也必定在平坦系数秩序矩阵中排名靠前的平坦系数所对应的区域中产生, 由于陨石坑都呈现倒锥状, 所以不可能出现区域位于坑底或坑顶而平坦系数计算值较小的情况。

按照以上算法利用 Matlab 求解出 2 400 m 处数字高程图的平坦系数如表 1 所示。

表 1 2 400 m 处数字高程图的平坦系数

2 400 m 避障降落目标点			
排序	平坦系数	位置	区域中心坐标(x,y,z)
1	6473	(213:312, 1878:1977)	(-887.5, -777.5, 0)
2	6475	(212:311, 1879:1978)	(-888.5, -778.5, 0)
3	6514	(212:311, 1878:1977)	(-888.5, -777.5, 0)
4	6561	(211:310, 1879:1978)	(-889.5, -778.5, 0)
5	6573	(211:310, 1880:1979)	(-889.5, -779.5, 0)
6	6575	(211:310, 1878:1977)	(-889.5, -777.5, 0)
7	6600	(213:312, 1877:1976)	(-887.5, -776.5, 0)
8	6625	(212:311, 1877:1976)	(-888.5, -776.5, 0)
9	6635	(210:309, 1878:1977)	(-890.5, -777.5, 0)
10	6637	(210:309, 1879:1978)	(-890.5, -778.5, 0)
11	6669	(215:314, 1896:1995)	(-885.5, -795.5, 0)

注:所计算出的数据共有 2201² 组, 这里选取具有研究意义的 11 组来研究。

关于表 1 中数据的意义, 我们做以下说明:

(1)位置:表示该平坦系数对应的子矩阵所在灰度图像矩阵中的行列位置, 比如(213:312, 1878:1977)指平坦系数为 6 473 的那个 100 × 100 子矩阵在原矩阵中的第 213 至 312 行, 1 878 至 1 977 列。

(2)区域中心坐标:表示该平坦系数对应的子矩阵所表达的子灰度图像投影在三维坐标系的 x, y 坐标平面上的中心坐标。

2.3 求解最佳着陆点

根据上述解法, 在秩序平坦系数矩阵中排在第一位的平坦系数所对应的区域就是降落目标区域,

但是考虑到飞船自带的燃料有限, 在避障阶段消耗的燃料越多飞船的着陆失败风险就越大, 根据坐标图 and 实际经验容易知道飞船选取的着陆目标偏离空间坐标系轴越远, 其所行走的路程就消耗越多燃料, 所以在降落区域的选取上, 我们可以在可行的降落区中选择区域中心与原点的欧式距离最小的降落去作为最佳降落区。

假设飞船的自控范围为平坦系数 $< H$ 且 $H = 6\ 635$, 根据平坦系数秩序矩阵挑选出的可降落区为 $S_i (i=1, 2, \dots)$, 每个可行降落区的中心坐标为 $(x_i, y_i, 0) (i=1, 2, \dots)$, 那么每个可行降落区的中心与原点的欧式距离^[5]为:

$$d_i = \sqrt{(x_i - 0)^2 + (y_i - 0)^2} \quad (i = 1, 2, \dots)$$

由表 1 数据计算得出降落区域的平坦系数与欧式距离如表 2, 欧式距离折线如图 3 所示。

表 2 降落区域的平坦系数与欧式距离

排序	1	2	3	4	5
平坦系数	6 473	6 475	6 514	6 561	6 573
欧式距离 d_1	612.503	613.393	547.741	613.851	611.615
排序	6	7	8	9	
平坦系数	6 575	6 600	6 625	6 635	
欧式距离 d_2	612.074	612.046	612.936	613.422	

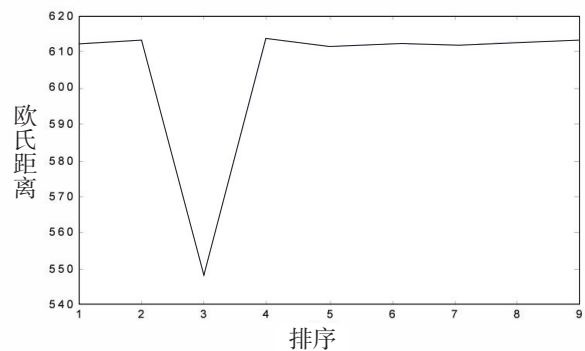


图 3 欧式距离折线图

2.4 确定避障飞行轨迹

利用上一个模型中确定的合适降落区域为 S , 可以确定其对应矩阵在原灰度图像矩阵中是在第 g 至 $g+99$ 行, 第 h 至 $h+99$ 列即 $A_s = A(g:g+99, h:h+99)$, 从而可以确定该区域的中心坐标为 $(x_0, y_0, 0)$, 在其 100 m 正上方的对应坐标 $(x_0, y_0, 100)$, 再有飞船在 2 400 m 高空时的坐标为 $(0, 0, 2\ 400)$, 可以根据这 2 个点确定一条直线, 可计算其轨迹方程^[6]为:

$$\begin{cases} x = x_0 t_1 \\ y = y_0 t_1 \\ z = 2\ 400 - 2\ 300 t_1 \end{cases} \quad (t_1 \text{ 为参数}) \quad (1)$$

这也就是飞船在粗避障阶段的飞行轨迹。

根据欧式距离最小原则可以看出选取排序为 3

平坦系数为 6 514 的区域为着陆点最合适,那么在其上方 100 m 处对应坐标为(-888.5,-777.5,100),根据公式(1),求得粗避障阶段的飞行轨迹方程为:

$$\begin{cases} x = -888.5t \\ y = -777.5t \quad (t \text{ 为参数}) \\ z = 2\,400 - 2\,300t \end{cases}$$

嫦娥三号应该通过控制自身发动机沿着该直线飞行,飞行轨迹如图 4 所示。

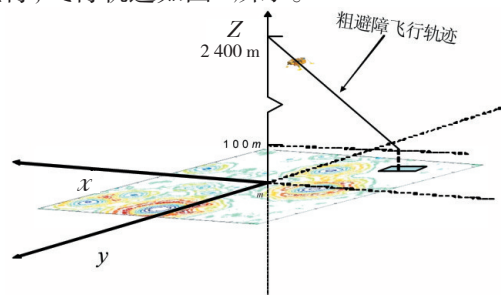


图 4 嫦娥三号的粗避障阶段飞行轨迹

3 精避障阶段的分析与求解

精避障阶段要求精细避开月面障碍物,也就是要求在可视范围内选择最平坦的区域作为飞船的着陆点,所以这里可以利用和粗避障阶段相同的模型,通过计算平坦系数来量化选择最佳着陆点。在此阶段我们选取 40 × 40 为一个分块矩阵大小。主要是基于以下原因:嫦娥三号降落区域面积不到 16 m²(嫦娥三号着陆器的底面是长宽不到 4 m 的近似长方形),当嫦娥三号悬停在 100 m 高空时拍摄的图像是 0.1 m/像素,那么反映在图像矩阵中一个 40 × 40 的像素点阵表示的实际月面面积就是 16 m²,故而我们选取 40 × 40 为一个分块矩阵大小。

求得 100 m 精避障阶段的相应数据如表 3、表 4 和图 5 所示。

表 3 位于 100 m 处平坦系数

100 m 避障备降目标点			
排序	平坦系数	位置	区域中心坐标(x, y, z)
1	803	(525:564, 261:300)	(-844, -588, 0)
2	806	(526:565, 261:300)	(-843, -558, 0)
3	809	(525:564, 40:79)	(-844, -337, 0)
4	819	(526:565, 262:301)	(-843, -559, 0)
5	822	(524:563, 261:300)	(-845, -558, 0)
6	833	(524:563, 262:301)	(-845, -559, 0)
7	833	(525:564, 260:299)	(-844, -577, 0)
8	836	(526:565, 260:299)	(-843, -577, 0)
9	857	(525:564, 263:302)	(-844, -560, 0)
10	869	(524:563, 260:299)	(-845, -557, 0)
11	876	(524:563, 263:302)	(-845, -560, 0)

表 4 降落区域的平坦系数与欧氏距离

排序	1	2	3	4	5
平坦系数	803	806	809	819	822
欧式距离 d_1	1 012	1 010.947	908.793	1 011.498	1 012.6149
排序	6	7	8	9	
平坦系数	833	833	83	857	
欧式距离 d_2	1 013	1 011.229	1 010.395	1 012.884	

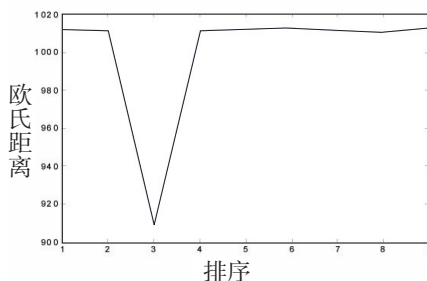


图 5 欧式距离折线图

根据欧式距离最小原则可以看出选取排序为 3 平坦系数为 809 的区域为着陆点最合适,那么在其上方 100 m 处对应坐标为(-844,-337),根据公式(1),求得精避障阶段的飞行轨迹方程为:

$$\begin{cases} x = -844 + 44.5t_2 \\ y = -377 + 440.5t_2 \quad (t_2 \text{ 为参数}) \\ z = -100t_2 \end{cases}$$

飞船应该通过控制自身发动机沿着该直线飞行,那么嫦娥三号登月飞船在粗避障和精避障阶段的运行轨迹如图 6 所示。

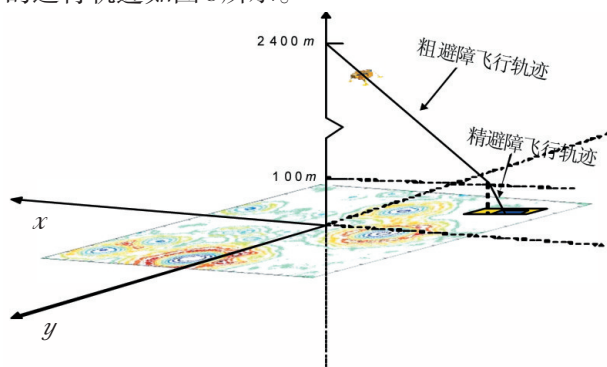


图 6 嫦娥三号精避障阶段运行轨迹

4 结语

本文所介绍的嫦娥三号着陆目标区域选取方法利用了现代计算机快速精确计算优点,并且创造性地提出了平坦系数这一衡量平面平坦程度的概念。在模型中我们考虑到了所有的可能备降区域,给出一个精确的量化选择着陆区的方法。这种方法不仅适用于嫦娥三号的着陆,对现实中其他的航空航天器在未知区域安全降落同样具有重要意义。

(下转第 31 页)

注释及参考文献:

- [1]孙晓洁,叶桦.自动售货系统中的MDB/ICP会话的实现[J].中南大学学报(自然科学版),2007(8):311-314.
 [2]陈晓雯.单片机教学改革的研究和实践[J],信息与电脑,2011(5):202-205.
 [3]郭天祥.新概念51单片机C语言教程——入门、提高、开发、拓展全攻略[M].北京:电子工业出版社,2009.
 [4]江敏,钱平.自动售货机主控制器及执行机构的设计与实现[J].东南大学学报,2005(1):33-41.
 [5]高玉芹.单片机原理与应用及C51编程技术[M].北京:机械工业出版社,2011.
 [6]徐爱钧,彭秀华.KeilC51 V 7.0单片机高级语言编程与uVision 2应用实践[M].北京:电子工业出版社,2004.

A High-speed Single Chip Implemented in Vending Machines

LIU Chen-chen

(Xichang College, Xichang, Sichuan 615013)

Abstract: Vending machines based on embedded devices are currently used in more and more commercial establishments. However, for the main chip and other I/O devices are not synchronized, the problems of system instability often occur. To solve those, a method of the implement of speed microprocessor master chip in vending machine is introduced in this paper.

Key words: high-speed single chip microcomputer; vending machines; master chip

DOI:10.16104/j.cnki.xccxb.2015.04.009

(上接第24页)

注释及参考文献:

- [1]2014年全国大学生数学建模竞赛A题[EB/OL]. <http://www.mcm.edu.cn/>.
 [2]王萼芳,石生明.高等代数[M].北京:高等教育出版社,2012:181-186.
 [3]张岩.Matlab图像处理超级学习手册[M].北京:人民邮电出版社,2014:80-93.
 [4]吴礼斌,闫云侠.经济数学实验与建模[M].天津:天津大学出版社.2009:27-44.
 [5]吴成东,贾子熙,张云州,等.基于欧氏距离的分布式网格定位估计方法[J].东北大学学报,2013,30(3):1-3.
 [6]吕林根,许子道.解析几何[M].北京:高等教育出版社,2012.5:112-119.

The Landing Target Region Selection Based on the Chang'e No.3

LI Jun-shan, ZHAO Wan-ru, XU Meng-yu, ZHU Jia-ming

(School of Statistics and Applied Math, Anhui University of Finance and Economics, Bengbu, Anhui 233030)

Abstract: Aim ming at the process of the Chang'e 3 lunar exploration project, this paper, mainly studies to select the object region in the process of Chang'e 3 soft landing. According to characteristics that pictures photoed in different areas have different sizes of the numerical pixel, it will be established a suitable space rectangular coordinate system and find out a relatively flat areas by construting and calculating flat coefficient. and select the best landing point of Chang'e, and conclude a corresponding trajectory equation under the principle of the minimum path.

Key words: Chang'e 3; soft landing; gray scale image matrix; matlab R2010b; flat coefficient

DOI:10.16104/j.cnki.xccxb.2015.04.007