

数学建模为依托下的中学数学教学研究*

田玉萍

(黑河学院 数学系, 黑龙江 黑河 164399)

【摘要】中学数学建模的过程是一个极具探索性和创造性的过程,它要求学生要有把抽象的现象转变为具体的模型的能力。教师在运用建模思想时一定要注重学生数学思维的培养,尽量使学生养成用数学思维解决问题的习惯。

【关键词】数学建模;中学;教学

【中图分类号】G633.6 **【文献标识码】**A **【文章编号】**1673-1891(2014)03-0143-04

1 中学数学教学普遍的发展现状和发展模式

1.1 中学数学教学的现状

在经济不断攀升的21世纪,科技兴国已经成为一个强有力的发展趋势,教育伴随着我国经济体制的发展有着前所未有的改革,全国各地的教育水平得到了明显的提高,对中学生的数学教学方面的改革在某些地区有着显著的成绩体现,但是这样好的教学成绩的体现毕竟是在部分地区的现代化教学模式下得到了发展,而现在还有相当大一部分地区的教学模式还是延用比较陈旧的、呆板的数学教学方法,这些陈旧的教学方法在数学教学过程中表现为“题海战”、“精讲多练”、“教无定法”等方面。导致有些地区现在的数学教学仍然处于落后状态,教学效果比较差,学生的数学教学成绩根本无法与现代化教学模式下的地区进行比较。

题海战,就是在数学教学中尽可能的让学生多做各种类型的练习题,而其中许多练习题是没有必要去做的。有的地方利用这种“题海战”的数学教学模式,认为学生大量的练习足够多类型的数学题,就可以自然而然的将练习的技能转化为有效的数学技能。其实不然,这种题海战术其实就像一个教学能力比较低的工匠将自己的教学直接移植给他的徒弟,根本没有将这些知识通过现代化的拓展教学模式传授给学生,忽视了对学生自己的数学思维训练,导致学生在数学学习中遇到了之前“题海战”中没有见过的问题,通常是束手无策。

教无定法,在教学实践中,将教无定法曲解为数学教学过程中可以随心所欲地完成教学,想怎么教就怎么教。俗话说的好,无规矩不成方圆,数学是一种一环套一环的科目,必须要在数学教材大纲的指导下完成自己的教学模式,实现更好的教学成绩,而很多教师却存在着课前不备课或上课没有教

案就进行授课的情况。

在中学数学教学中出现的以上几种状况都不同程度的影响了中学数学教学中教师的主导地位和学生的主体地位,尤其是这些不科学的教学模式很难体现学生在数学教学中的主体地位,在数学学习中中学生很难实现积极性和扩展性思维,甚至导致学生错误的认为学好数学就是记住课本上的定义、公式、公理和各种解题方法。所以,这种状况下数学课将成为学生学习的负担科目,极有可能影响到真正意义的数学思想教育功能,甚至无法实现对学生的学习思维的培养。

1.2 数学教学的发展需要创造性思维

创造性思维是人类最高层次的一种思维活动,创造性思维的核心理论用通俗的话来讲就是要会分析出新的东西来,分析就是通过逐步分析得出结论,没有矛盾。看待一个问题不同的人从不同的位置、视角、层次、寻找多种答案。所以发散中有创新,创新里有发散。其实质就是合理地、协调性地用各种形象思维、逻辑思维和直觉思维等多元化的思维形式将相关的信息进行有序的结合产生有效的效果。对于中学生来讲,在学习过程中会不断地产生新鲜的、独创的学习思维,著名教育家刘佛年指出:“只要有点新意思、新思想、新观念、新设计、新意图、新做法、新方法,就称得上创造。我们要把创造的范围看得广一点,不要把它看得太神秘,非要有新的科学理论才叫创造,那就高不可攀了。”教育部在《全日制普通高级中学数学教学大纲》的修订报告中,对学生的创新意识给出了一个界定:创新意识就是在日常的学习和教学过程中对自然和社会中存在的数学现象具有很大的正面好奇心,不断地独立思考、追求新知识,可以从数学的角度客观的发现和提出教学中的问题并加以研究。

收稿日期:2014-04-05

*基金项目:本文系2011年黑龙江省教育科学研究项目(省教育厅规划)阶段研究成果“促进数学基本活动经验目标实现的案例研究”(项目编号:JJC1211051)。

作者简介:田玉萍(1967-),女,硕士,副教授,研究方向:数学教育理论。

创造性思维就是将发散性思维、聚合性思维、形象思维和抽象思维在特定的情况下有效的相结合而形成的思维体。其中发散性的思维就是对同一种状况沿着不同的思维方向去思考,对事物的信息和条件进行不同的组合得出不同的结论,这是一种寻求变异、不依常规、从多方面寻找答案的思维模式。聚合式思维就是将与问题相关的所有信息和条件向一个方向去集中思考,最终得出的只有一个最佳的解决问题的方案,而这一方案,恰恰是本文的主题,即数学建模所能办到的。

在数学建模过程中,起初对问题进行分析都会运用到发散性的思维方式对现有的问题和条件提出种种假设,接下来再运用聚合的思维方式将假设的问题进行提炼、归纳,最终建立起最适合数学教学模型。当然在寻找最合适的数学教学目标的过程中,思想顿悟的情况也常有出现,这就需要在数学建模中将真正意义的发散式思维和聚合式思维得到更好的培养和训练。

2 中学数学建模解析

中学生思维活动活跃,心智也逐渐成熟,身体各方面逐渐发育完善,对知识的渴求也是逐渐增加。所以中学阶段的数学教学需要开发学生自身的认知能力,调动学生学习数学的浓厚兴趣及主观学习能动性,提高学生的数学学习能力。同时在数学教学中通过创设情境教学,利用课堂及课外活动时间,积极开展数学建模活动,将数学理论应用到实际当中。

中学数学教学中建模教学已经逐渐推广应用,建模教学重要一点是建模教学要有明确的目的性,首先建模教学可以提高学生的数学应用能力,促进学生知识、技能、思维等各方面发展,并有利于学生进一步学习数学知识。其次,通过建模使学生在实践中掌握相关数学知识,培养社会实践能力,在实践中提出问题发现问题并解决问题,在建模及分析数学模型的过程中提高主动学习数学知识的意识,进而提高个人素质,有利于为社会主义经济建设培养实用型人才。

2.1 中学数学建模内容

数学建模教学中的建模基于普遍的社会实际问题,根据学生的不同年龄及知识层次不同,所开展的数学建模活动也有些限制,在中学数学教学中可以建模的主要涉及以下几方面的内容:

(1)在实际生活中有关路程、物价、工程造价、土地丈量、利润等方面的问题,可以建立相关函数

方程式或不等式等数学模型来处理。即运用到数学中函数、方程式、不等式等数学原理。

(2)在实际运用中有关农作物产量、住房、增长率、土地及银行贷款、分期付款等方面的问题,就要用数学中的数列代数模型来解决。即运用到数列相关的数学原理。

(3)在遇到有关物理学科中的摆动、振动及相关实际测量时,可以建立三角函数模型。此时可运用到三角函数的数学原理。

(4)在涉及到观测、面积、容量、体积及地球经纬度等立体几何问题,或者是通风塔、人造地球卫星运行轨道、反光灯、桥梁等问题时,可以运用到数学中的立体几何,就可以建立相关几何模型来处理。

2.2 中学数学建模的内涵

中学数学建模主要是由学生以所学数学知识为基础然后在学习中开展数学建模,在建模的过程中应用数学原理。同时,在建模的同时要注意提供问题的难易程度,不能过于容易,让学生在学的过程中失去兴趣,要适当有些难度,使学生在学的过程中,深入探索,认真思考,经过一番思考后,运用所学知识解决问题。中学数学建模常用的方法有理论分析以及数据拟合分析。

理论分析,即结合运用自然科学或者数学中已经被证明的理论、原理或定律,分析研究被研究系统的相关因素,进而建立系统的数学模型,通过相关数学原理来解决,这类建模方法就是理论分析法。

处理离散数据一般常用数据拟合分析法,就是利用原始数据、表格、描点及考察点的分布,画出最接近的直线或曲线图,即拟合直线或者拟合曲线,然后依据所学数学知识拟合直线或曲线的函数关系方程式。

在数学建模中,为了解决现实问题,通过用一种结构、性质与问题主要结构、性质相同的模型去模拟一个现实的问题,利用模拟的模型进行试验探究,就是模拟方法。

3 以数学建模为依托下的中学教学策略

3.1 重视培养学生的数学应用意识,提高学生的建模能力

笔者在对一道数学应用题用建模的方法讲解时的过程如下:

表1某市的建设银行统计各营业所存款人数和存款额数之间的关系

营业所	存款人数(人)	存款额数(万元)
1	3500	4500
2	2400	3700
3	1900	2000
4	5400	6000
5	1400	1530
6	3700	5800

问:现在要在新区建一个营业所,估计储蓄人数可达6000人,请预测,存款额数可能会达到多少?

讲解过程如下:

师:大家在碰到这种应用题时一般情况下第一反应应该是采用什么方法解决呢?

学生A:列方程吧?

师:要列方程的话我们就需要有未知数,因此在本题中,我们可以设存款人数为 x ,存款额数为 y ,那么同学们,你们看这些数据有什么特点?

学生B:我发现这些数据变化有一定规律,存款人数和存款额数成正比关系。

师:好,那么我们把这些数据试着在二维坐标中描出来,看看会不会有什么发现。

这些数据画出来的点呈直线分布,那么是不是可以用一次函数来表示出 x 与 y 之间的关系呢?下面我们一起来设一个虚拟直线函数: $y=ax+b$

然后我们把题中的数据都代入得到对应的函数值 Y :

$$D = \sum (ax+b-y) \\ = (3500a + b - 4500) + (2400a + b - 3700) \cdots \cdots + (3700a + b - 5800)$$

然而,欲使所得函数越接近图1所显示的规律,则需使 D 的值尽可能最小,因此我们可以取 x 和 b 的导数,并使其为0:

$$\begin{cases} 2x(3500a+b-4500) + 3500 + \cdots + 2x(3700a+b-5800) + 3700 = 0 \\ 2 \times (3500a+b-4500) + \cdots + 2 \times (3700a+b-5800) = 0 \end{cases}$$

解得: $a \approx 0.87$, $b = 163$

因此我们虚拟出的函数表达式应该是 $y=ax+b$,因此将 $x=7000$ 代入,可算出 $y=6235$ 因此预计新建的营业所的存款额数会达到6235万元。

在这个解题过程中,学生不会被完全置于事外,也让学生学会了用建模思想解决数学问题。

3.2 重视学生的元认知能力的开发

学生的元认知能力是指学生结合已有的认知结构对数学问题进行解决的能力,提高学生的元认知能力,可以有效地减小数学问题的难度,提高学生解决问题的效率,提高学生的元认知能力还可以加深对问题过程的研究,使学生对知识的掌握更加

深刻,也提高了学生解决问题的能力,而且提高学生的元认知能力可以很好地促进学生对建模思想的掌握。

然而很多学生在学习过程中并没有主动运用自己元认知能力的意识,因此教师在教学过程中应不断地引导学生去主动利用自己原有的认知结构,把自己切实地作为问题的解决者,进而了解自己在认知方面的特征以及所要解决的问题的特征,进而在此基础上主动地充分地运用自己的认知优势,同时在互相交流中也可以使学生认识到自己的不足,取长补短,最终提高解决问题的能力。

发挥自己的长处,丰富和优化自己的认知结构,以此达到提高解决问题的能力。数学建模问题如下:

题目:在工厂中,几个工人排成一线作业,在他们附近要放置一个工具箱,而他们每个人都要不停地从工具中取工具,那么问:怎样放这个工具箱才是最合适的?

师:同学们思考一下,怎样用数学语言把这个实际中的问题表达出来呢?而这道题中能不能用上我们已经学过的知识呢?(第一次引导学生提取已有的认知结构)

学生A:我觉得可以把这些工人当成点,粉笔盒也是点

师:好,这位同学想到了点,那么老师出的这道题就可以转化成什么题呢?下面我用图把这个题画出来,看同学们理不理解(图1)。

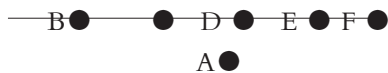


图1一点到五点距离之和的最小值示意图

学生B:哦,我明白了,直线外的那一点A是工具箱,其他的五个点B、C、D、E、F则是五个工人,这个问题其实就是问,A点到B、C、D、E、F的距离之和的最小值。

师:而A点到B、C、D、E、F的距离之和的运算又可以用我们学过的哪些知识进行解决呢?(第二次引导学生对已有认知结构的运用)

学生C:我记得我们学过计算两个运动点到一个固定点的距离之和的最小值,我觉得可以用。

在这个讲解过程中,笔者两次提到对过去认知结构的运用,而在原有认知结构的基础上解决问题,就可以更加容易地解决问题。

3.3 重视促进学生创造性思维的发展

创造性思维是指能打破传统常规的思维,是能提出新的、具有建树性的意见或者见解的思维,创

造性思维虽然打破常规,但其前提却是要符合社会发展规律,同时具有灵活性、跳跃性、完整性等特点。

数学建模过程便是一种极具创造性的数学活动过程,数学建模需要一定的观察力以及联想力,这样才能把错综复杂的实际问题转变为数学语言的应用题,同时,数学建模还需要灵活的思维能力,这样才能打破传统思维的束缚,化繁为简。最后,数学建模还需要清晰的判断力,能剔除问题中的无效信息,及时抓住最重要的信息,进而建立等量关系,因此,要培养学生的建模能力,教师就要无时无刻地注意培养学生的联想力、观察力和判断力,促进创造性思维的形成。

2004年山东省枣庄市一中一道方程应用题是这样设置的:某家庭新购住房需要装修,如果甲、乙两个装饰公司合做,12天可以完成,需付装修费1.04万元;如果甲公司先做9天,剩下的由乙公司来做,还需16天完成,共需付装修费1.06万元。若只选一个装饰公司来完成装修任务,应选择哪个装饰公司?试说明理由。

在对这道题进行讲解时,教师的讲解过程如下:

师:首先在解这种题时应先分清句子结构(这里可以锻炼学生的语言思维能力、科目之间的综合能力以及观察力),那么哪位同学可以来分一下?

学生A:其实运用语文学科的知识就可以分出句子结构,首先句子中很明显有个分号,分号的意思就是前后两个句子是并列的,然后之后的句号便是这两层意思的结束,最后是问题。

师:然后我们设未知数,设甲公司单独做需要x

天完成任务,乙公司单独做则需要y天完成,设甲公司单独完成装修工程需装修费a万元,乙公司单独完成装修工程需装修费b万元。那么分号前的那个句子要怎么用数学式子表达呢?分号后面的句子又可以怎么表达呢?

学生作思考状……

师:此时应该就有学生会问了,我们根本不知道工程量是多少,好像没法列出式子,总觉得少样东西。那怎么来解决这个问题呢?

师:工程量对于甲乙两队来说都是一样的,那么我们便可以把工程量视为1,经过老师提示后,有没有同学可以试着列出方程呢?

在教师的不断提示下,学生列出了这样的方程,

$$\begin{cases} 1/y \times 16 + 1/x \times 9 = 1 & (1/a \times 1/x + 1/b \times 1/y)12 = 1.04 \\ 12 \times (1/x + 1/y) = 1 & 1/a \times 9 \times 1/x + (16 - 9 \times 1/x)1/b = 1.06 \end{cases}$$

求出x、y后求出a、b的值,进而可以决定选择哪个方案。

在这个解题过程中,学生的观察力、抽象思维能力以及创造性思维能力等都得到了有效的锻炼。

4 结束语

著名数学家克罗内克曾经说过,数学是关乎客观世界的模式和秩序的科学,通过对数学的学习,可以帮助人们在探索、描述以及整理信息的过程中建立模型,对模型进行研究,进而解决问题。模型的应用性较强,为人们解决问题提供了有效的工具。因此在中学数学教学过程中,数学教师应该以数学建模为依托,注重学生应用意识的培养,从而提高学生的建模能力以及解决实际问题能力。

注释及参考文献:

- [1]袁克成. 中学数学应用问题与数学建模的差异研究[J]. 中学数学教学参考, 2001(7):87-88.
- [2]茹玉兰,郭立昌. 数学建模在中学数学教学中的尝试——“函数的应用”课例及点评[J]. 中学数学教学参考, 2000(8):112-113.
- [3]刘长华. 数学建模与中学数学教学结合两例[J]. 大连教育学院学报, 2003(3):65-66.
- [4]但琦,朱德全,宋宝和. 中学生数学建模能力的影响因素及其培养策略[J]. 中国教育学刊, 2007(4):61-64.

The Development Research of Middle School Mathematics Teaching Depending on Mathematical Modeling

TIAN Yu-ping

(Department of Mathematics, Heihe College, Heihe, Heilongjiang 164399)

Abstract: The process of middle school mathematical modeling is a highly exploratory and creative process, which requires students to have the ability to transfer abstract phenomenon into the specific model. When applying the idea of mathematical modeling, teachers must pay attention to the cultivation of the students' mathematical thinking, and try to make students develop the habit of using mathematical thinking to solve the problem.

Key words: mathematical modeling; middle school; teaching