

基于GM(1,1)和AR模型的四川高等教育在校学生数预测*

郑凤霞

(四川文理学院 数学与财经学院, 四川 达州 635000)

【摘要】运用GM(1,1)和AR模型的混合模型对四川区域高等教育在校学生数预测,结果表明,在四川区域高等教育在校学生数的预测中,该混合模型取得良好的效果,预测精度较高。

【关键词】GM(1,1);AR;高等教育;在校学生数;预测

【中图分类号】O212 **【文献标识码】**A **【文章编号】**1673-1891(2014)03-0036-02

引言

高等教育在校学生数预测是制定教育规划、教育资源合理配置过程中的重要环节,传统的高等教育规模预测方法有回归预测分析法、学生流法、时间序列分析法,毛建青^[1]介绍了国内外学者在进行高等教育规模预测中所常用的方法,并简述了各模型的适用范围及优缺点,最后文章提出应根据不同的情况和需要选取不同的方法进行预测。我国学者邵云飞^[2]用趋势拟合、指数平滑、线性回归三个模型做了四川省研究生规模的预测,并对三个模型进行了比较,结果认为线性回归模型比较适合四川研究生的具体情况。笔者^[3]用ARIMA模型和指数平滑模型对四川区域高等教育规模预测进行了比较研究,得到ARIMA模型精度更高;刘延松等采用灰色系统GM(1,1)模型、logistic模型、线性回归模型以及GDP增长速度等方法预测了陕西省未来15年高等教育的发展规模,根据预测结果提出了相关政策建议^[4],孙梦洁等利用ARIMA模型对研究生招生规模进行了建模与预测^[5]。蔡月^[6]利用ARIMA模型对高等学校毕业生规模进行了分析与预测。

要准确预测高校在校生成数,合理选择模型是关键。由于高等教育的发展是一个复杂系统,因此,高等教育的发展难以用单一形式模型来准确地描述自变量与因变量之间的关系,用单一模型预测方法一般不可能在不同的情况下都能获得令人满意的结果。本文运用基于GM(1,1)和AR模型的混合预测方法对四川区域高等教育规模进行预测和估计。

1 模型描述

1.1 GM(1,1)模型

设原始数据列即参考数据列为 $x^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)\}$ 。为了保证利用GM(1,1)建模的可行性,需要对已知数据进行检验。若通

不过检验,则对数据做适当的变换处理。数据检验通过后,然后对通过检验的数据列进行一次累加,得到生成的新序列为 $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), k=1,2,\dots,n$,以 $x^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)\}$ 为数据列建立GM(1,1)^[7]对应的微分方程:

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = b,$$

解为 $x^{(1)}(t) = (x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-at} + \frac{b}{a}$.

灰色建模的途径是一次累加序列通过最小二乘法来估计常数a与b。

$$\text{于是得到预测值 } \hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ak} + \frac{b}{a}, k=1,2,\dots,n-1,$$

由上式对新序列进行预测,并通过一次累减生成得到原始数据序列的预测值。

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k), k=1,2,\dots,n-1,$$
$$\hat{x}^{(0)}(1) = x^{(0)}(1).$$

1.2 AR模型

设模型的阶数为p,则p阶自回归AR(p)模型为:

$$\begin{cases} y_t = \mu + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \\ \phi_p \neq 0 \\ E(\varepsilon_t) = 0, \text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2, E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0, s \neq t \\ E y_s \varepsilon_t = 0, \forall s < t \end{cases}$$

在进行时间序列建模之前,首先要对序列进行平稳性检验和白噪声检验。然后进行模型识别、参数估计、模型检验,最后进行序列预测^[8]。

1.3 基于GM(1,1)和AR模型的混合模型

混合预测方法是把一个复杂问题分解为若干个部分,针对每一个部分选择合适的方法,然后把各个方法组合起来的一种技术^[9-10]。

假设有n个数据的序列 $\{x_t\}$,混合模型可以用如下的数学表达式表示:

$$X_t = N_t + L_t$$

收稿日期:2014-04-19

*基金项目:四川文理学院院级科研资助项目(项目编号:2012Z005Y)。

作者简介:郑凤霞(1985-),女,湖北恩施人,助教,硕士,研究方向:应用数学。

其中 N_t 反映增长性变化趋势, L_t 反映随机性变化趋势。

首先利用GM(1,1)模型对序列 $\{x_t\}$ 增长性趋势进行预测。然后对其残差 e_t 用AR模型预测随机变化趋势。其中

$$e_t = X_t - \hat{N}_t$$

最后序列 $\{x_t\}$ 的预测值 $\hat{X}_t = \hat{N}_t + \hat{L}_t$ 。

2 实证分析

利用高等教育在校学生数作为高等教育规模的指标,根据四川省1978~2011年高等教育在校学生数进行实证研究,数据来源于四川统计年鉴。为了保证GM(1,1)建模方法的可行性,需要对已知数据取以10为底的对数。首先利用1978~2007年的30个对数化后的数据建立GM(1,1)模型,然后对其残差建立AR模型,混合模型的预测值即为GM(1,1)模型的预测值与AR模型的预测值的和。

2.1 建立GM(1,1)模型预测增长性变化趋势

利用matlab7.0编程求解上述微分方程得到 $a = -0.0089, b = 4.4807$, 故时间响应方程为

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{\hat{b}}{\hat{a}})e^{-\hat{a}k} + \frac{\hat{b}}{\hat{a}} = 508.0023e^{0.0089k} - 503.449$$

由上式对新序列进行预测,并通过一次累减生成得到原始数据序列增长性趋势的预测值为 \hat{N}_t 。

2.2 建立AR模型预测随机性变化趋势

实际数值 x_t 减去增长性趋势的预测值 \hat{N}_t 得到残差值 $\{e_t\}$ 。在sas7.0的环境下对残差序列 $\{e_t\}$ 采用AR模型进行建模,其口径为 $\hat{e}_t = 1.42733 e_{t-1} - 0.55642 e_{t-2}$ 从而得到随机性趋势的预测值 \hat{L}_t 。用反映增长性变化趋势的预测值 \hat{N}_t 加上反映随机性变化趋势的

预测值 \hat{L}_t 得到实际序列 $\{x_t\}$ 在 t 时刻的混合预测值 \hat{x}_t , 结果如图1。

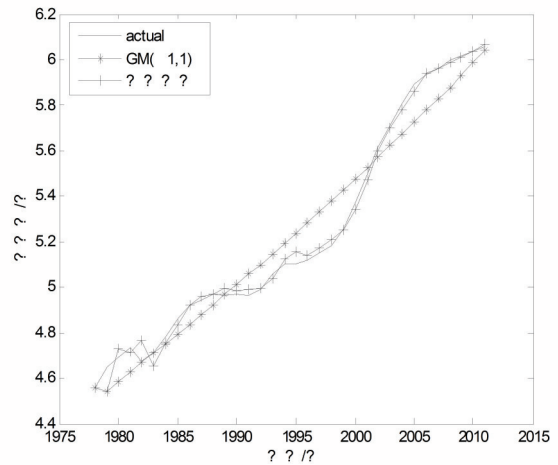


图1 混合预测图

最后用所建模型预测2008~2011年的4个对数化的数据,并与实际数据进行比较如表1。

表1 2008~2011高等教育在校学生数预测值

年份	2008	2009	2010	2011
实际值	5.9961	6.0153	6.0359	6.0566
GM(1,1)预测值	5.8787	5.9312	5.9843	6.0378
混合预测值	5.9843	6.0061	6.0324	6.0648

通过上述表格的误差比较,得到混合模型的预测效果明显优于GM(1,1)模型。混合模型具有可行性和有效性。

3 结束语

本文构造了基于GM(1,1)和AR的混合预测模型。实证了这种混合模型比单纯使用GM(1,1)的预测方法具有更好的预报效果。

注释及参考文献:

- [1]毛建青.高等教育规模定量预测的常用方法综述[J].黑龙江高教研究,2008(3):9-12.
- [2]邵云飞,赵宏辉,唐小我.四川研究生教育预测模型的实证分析[J].统计与决策,2001(6):69-72.
- [3]郑凤霞.ARIMA与指数平滑在区域高等教育规模预测中的比较研究[J].四川理工学院学报,2013(6):83-85.
- [4]刘延松,张炜.高等教育规模预测模型讨论及实证研究[J].辽宁教育研究,2007(2):25-28.
- [5]孙梦洁,陈宝峰,温春卉,等.基于ARIMA模型的研究生招生规模建模与预测[J].统计与决策,2010(12):60-62.
- [6]蔡月.基于ARIMA模型的高等学校毕业生规模分析与预测[J].企业导报,2012(7):205-206.
- [7]徐华锋,方志耕.优化白化方程的GM(1,1)模型[J].数学的实践与认识,2011,41(7):163-167.
- [8]王沁.时间序列分析及其应用[M].成都:西南交通大学出版社,2008:138.
- [9]王娟.短时交通流量混合预测方法研究[D].长安大学,2007:25-30.
- [10]车金星.混合预测模型研究[D].兰州大学,2010:14-15.

(下转41页)

Analysis on Stiffness of Continuous Rigid Frame Bridge with Horizontal Tie Beams between Piers

KANG Yu-qiang

(Department of Traffic and Municipal Engineering, Sichuan College of Architectural Technology, Deyang, Sichuan 418000)

Abstract: The indexes to measure of the stiffness of the bridge including deflection, cycle stability factor and anti-push rigidity were summed up, and applicable premise of each index was analyzed. Taking an actual continuous rigid frame bridge as an example, five different calculation models were established to analyze the stiffness. The results show that the horizontal tie beam has no effect on the static stiffness, but on the period significantly; The stability of high pier continuous rigid bridges depends on the stiffness of the pier, with the increasing number of tie beams, the stability factor increasing, while the anti-push pier stiffness also increases, which is contradictory to demand of slenderness of piers. A reasonable cross-tie beam settings should be considered in the design.

Key words: thin-wall and high-pier; continuous rigid frame bridge; stiffness; tie beam

(上接37页)

Research on the Number of Enrollment Students of Colleges and Universities in Sichuan Based on GM(1,1) Model and AR Model

ZHENG Feng-xia

(Department of Mathematics and Finance-Economics, Sichuan University of Arts and Science, Dazhou, Sichuan 635000)

Abstract: GM(1,1) model and AR model are used to forecast the number of enrollment students of colleges and universities in Sichuan. The results indicate that this model gets an effective result in foresting the number of enrollment students of colleges and universities in Sichuan, and gets high prediction accuracy.

Key words: GM(1,1); AR; higher education; the number of enrollment students; forecast