

# 数学教学应渗透辩证的观点

高建华

(临沧师范高等专科学校, 云南 临沧 677000)

**【摘要】**近年来,对数学问题解决的研究,人们已经做了大量的心理分析、理论探究和尝试,同时认为原有知识和思考策略是解决问题的关键点,由此可见,问题解决教学应从多方面思考,为此本文提出学生学习数学和解决数学问题还要学会用辩证观点来思考,应结合数学问题不同特点,从运动、变换、发展、无限等方面进行,激发学生思考的热情和多样性,从而理解数学思想方法的实质,培养学生的辩证思想和观点。

**【关键词】**辩证观点;数学思想;培养能力;探究学习

**【中图分类号】**O1-4 **【文献标识码】**A **【文章编号】**1673-1891(2014)02-0149-02

随着数学教学改革的不断深入,素质教育与新课程标准的实施,要求数学教学应重视对学生数学问题解决学习的指导和研究。数学教学的实质是为了学生的学,是要让学生会提出问题、分析问题、解决问题,是要学生理解辩证思想与方法等。

## 1 从数的演变历史来理解数学的变化性

数的概念发展历史几乎同人类发展史一样悠久,人们从生产、生活及社会交往中认识自然数,随着生产、生活发展,逐步扩充为有理数、实数、复数等,具体变化是: $N$ (自然数集) $\rightarrow Q$ (有理数集) $\rightarrow R$ (实数集) $\rightarrow C$ (复数集)扩张变化。事实上,每次扩张都是生产、生活的实际需要,如自然数集是离散的,能构成数群;而整数集也是离散的,却能构成环;有理数是稠密的,能构成域,但不连续;而实数集也能构成域,且在一维的数轴上连续;然而复数集却在复平面上连续。

## 2 从数学问题思考的方法来理解思维的多样性

长期以来,数学教学改革偏重于对教的研究,较少研究学生是如何学的,也较少考虑数学问题是如何安排和解决的。课程改革的今天应提倡以研究问题解决作为创建现代数学教学思想的出发点和归属,从这个意义上讲,问题科学的思考及问题解决指导应该是数学教学方法改革的一个重要任务。下面结合实例进行思考:

问题1:设复数 $Z$ 满足 $|Z-2+\sqrt{3}i|+|Z-2-\sqrt{3}i|=4$ ,问当 $Z$ 为多少时, $|Z|$ 取到最大值,最大值为多少?

分析:在复平面上,设 $Z=a+bi$ ,对应点为 $(a,b)$ ,这样由平面解析几何知, $Z$ 点是复平面上到定点 $F_1(2,-\sqrt{3})$ , $F_2(2,\sqrt{3})$ 的距离和为常数4的虚椭圆轨迹,且长轴长是4,焦距长是 $2\sqrt{3}$ ,短轴长是2,再作平移变

换将焦点 $F_1, F_2$ 平移到 $Y$ 轴上,则易求出该椭圆方程为 $\frac{(x-2)^2}{1^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$ 。

思考一:(直接思考)由于 $|Z|=\sqrt{a^2+b^2}$ ,且 $Z$ 点在椭圆上,有 $\frac{(a-2)^2}{1^2} + \frac{b^2}{2^2} = 1$ 。即 $b^2=4-4(a-2)^2$ ,所以 $|Z|=\sqrt{a^2+4-4(a-2)^2} = \sqrt{-3(a-\frac{8}{3})^2 + \frac{28}{3}}$ ,故当 $a=\frac{8}{3}$ 时, $b=\pm\frac{2\sqrt{5}}{3}$ , $|Z|$ 取得最大值 $\frac{2\sqrt{21}}{3}$ 。

思考二:(引入参数思考)由于 $Z$ 点在椭圆上,有 $\frac{(a-2)^2}{1^2} + \frac{b^2}{2^2} = 1$ 。作参数方程变换, $a=2+\cos\theta, b=2\sin\theta$ 所以, $|Z|=\sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{(\cos\theta+2)^2+(2\sin\theta)^2} = \sqrt{-3(\cos\theta-\frac{2}{3})^2 + \frac{28}{3}}$ ,故当 $\cos\theta=2/3$ 时, $a=\frac{8}{3}$ 时, $b=\pm\frac{2\sqrt{5}}{3}$ , $|Z|$ 取得最大值 $\frac{2\sqrt{21}}{3}$ 。

一个有趣的数学问题能直接激发学生的兴趣,为学生自主学习创造良好的心理基础。

## 3 从数学概念教学的发展来理解数学思维的相对性

教师不仅要使学生“学会”,还要“会学”,笔者认为教师对学生进行学法指导时首先要弄清楚学法指导的内容,然后去思考和指导。并且教师要结合实际,提供可以操作、能够运用的学习方法,使学生通过“学法”到“仿法”,最后能“创法”。同时,要注意学生的学法迁移,从简单到复杂,从课堂到课外,使得课内获得的方法成为课后自主学习的有效法则。教师只有这样教学,学生才会从对数学知识的被动接受转变为对数学知识的探究,并逐步形成自主学习的能力。例如:学生对平均数的认识与理解,首先是对离散(有限)数的平均数认识,事实上 $n$ 个数 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的平均数为 $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ ,其次对重复

收稿日期:2014-02-10

作者简介:高建华(1964-),男,副教授,主要从事中学及高等师范教育。

(加权)数的平均数理解,即  $n$  个数  $n_1x_1, n_2x_2, n_3x_3, \dots$  的平均数为  $\frac{\sum_{i=1}^n n_i x_i}{n}$ , 最后对连续(无限)数的平均数理解,即函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  上连续,则函数  $f(x)$  的平均数为  $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ 。

又如:给定变量  $y$  它在某处的改变量  $\Delta y$  称作绝对改变量,它反映总量  $y$  的增减,未能反映原有量  $y$  (基数)上的增减,属于某个量单纯的增减判别  $\Delta y/y$  称作相对改变量,却能反映相对总量  $y$  的增减。

再如:给定变量  $x, y$  的改变量  $\Delta x, \Delta y$ , 则  $\Delta y/\Delta x$  称作平均改变量,它反映量  $y$  与  $x$  的改变量  $\Delta y$  对  $\Delta x$  的平均变化率。而当  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$  存在时,称它为瞬时改变量,它反映量  $y$  与  $x$  的改变量  $\Delta y$  对  $\Delta x$  的瞬时变化率,即为  $y$  对  $x$  的导数。

再从概念的联系与区别来看,例如可导与连续的关系是可导必连续,即可导  $\Leftrightarrow \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = A$  连续  $\Leftrightarrow \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = 0$ , 但连续却不一定可导。

通过对学生进行变化的概念学习指导,可以使学生形成正确的解题思路和概念体系。这种变化的概念和形成的思路,又会增强学生数学知识的联结与区分的能力,形成合理的数学概念体系。

#### 4 从有限到无限来渗透数学思维的哲理性

微积分的基本方法是“微元法”(又称“无穷小分析”)。在微积分的学习过程中,处处遇到,静止与运动;有穷与无穷;常量与变量;离散与连续;均匀与不均匀;不变与变;直与曲;平均与瞬态等等基本思想与方法。这样引导学生发现问题的绝对性,

相对性,平均变化,瞬时变化,弹性,有限,无限等概念,这些思想方法学习能促进学生的辩证观点形成和发展。

例如匀速运动,若时间:  $t \rightarrow t + \Delta t$ ; 路程:  $\Delta S = S(t + \Delta t) - S(t)$ , 得到在时间段  $\Delta t$  内的平均速度  $\bar{v} = \Delta S / \Delta t \approx v(t)$ ; 当令  $\Delta t \rightarrow 0$  时,取极限,则得到时刻  $t$  的瞬时速度  $v(t) = \frac{ds}{dt}$ 。

又如匀速运动,加速度  $a = \frac{v}{t}$ , 而非匀速运动加速度  $a = \frac{dv}{dt}$ 。

数学与哲学是两个紧密联系的科学,它们都是从整体上研究自然界客观规律的学科,因此数学教学中应十分注重辩证观点渗透。数学的发展史,乃至一切科学的发展,都渗透辩证的思想,它包含丰富的矛盾运动及辩证法,充满哲理。事实上世界万事万物都处在联系与不断变化之中,切不可用孤立的与静止的观点来看待事物,在数学学习中,矛盾的双方常常相辅相成,在一定条件下可以互相转化。另外数学与人们的生活息息相关,也含有许多辩证思想方法,在数学教学中揭示这些生活中的哲理,既能增加数学的趣味性和实用性,拉近数学与学生的距离,同时为学生的成长提供一些启迪和参考,也是教师教书育人之道。

总之,在培养学生自主学习与研究能力时,要结合数学学科特点,坚持“用辩证观点分析和解决数学问题”,力求做到学法与教法相结合,教师指导与学生探究相结合,建立纵横交错的学习网络,促进学生掌握正确的辩证的学习方法,培养学生的辩证观点和思想方法。

#### 注释及参考文献:

- [1]顾静相.经济数学基础[M].北京:高等教育出版社,2008.
- [2]叶立军.初等数学研究[M].上海:华东师范大学出版社,2008.
- [3]郑毓信著.数学教育:从理论到实践[M].上海:上海教育出版社,2001.
- [4]陈鼎兴.著数学思维与方法——研究式教学[M].南京:东南大学出版社,2001.

## Dialectical View Permeated in Mathematics Teaching

GAO Jian-hua

(Lincang Teachers College, Lincang, Yunnan 677000)

**Abstract:** In recent years, for research on mathematical problem solving, people have done a large number of psychological analysis, theory exploration and attempt., at the same time, the original knowledge and thinking strategy are the key points to solve the problems. Therefore, problem solving teaching should be considered from multi aspects. This paper points out that the students should learn to think with dialectical view in learning

(下转 156 页)

兴趣了,才会一切顺风顺水。

3.2.2 从被动学习转化为主动学习型。从“七桥问题”的提出到欧拉对“七桥问题”的解决,正好说明了许多数学问题来源于生活中。在运筹学的实际教学过程中,笔者引导学生自我提问并尽力回答。如“运输问题”中,问:遇到了什么问题?答:模型不易建立。问:问题的本质是什么?答:求最优解。问:跟以前的知识体系是否有联系?答:有,线性规划问题。问:有什么方法可能会解决这个问题?答:单纯型法。问:这种方法是否真的能解决这个问题?答:能解决,但不理想。这种自问自答的过程,其实就是数学思维的迁移性在发生变化。会使学生解决一般问题的能力和解决实际问题的思维能力同步得到发展。学生在得出部分结论或全部结果后,自信心会大大提高。学生会觉得这是我通过自己的知识体系和数学方法分析解决的,从而形成良性的学习循环。

3.2.3 学生动手能力强,具有创新精神,学以致用。近几年开展的大学生创新项目,很多同学就会

根据已有知识,积极参与。笔者于2012年指导学生申报成功的校级大学生创新项目《卫豪服饰有限公司实行“麦库”模式的可行性报告》。学生参与此类科研项目,一方面要求学生查阅相关资料,提高理论基础并扩大知识面,同时教师指导学生对各项数据进行分析,建立模型,激发了学生参与科学研究的兴趣,学生的价值也能更大程度的展示。同时,通过企业平台,为学生创建科研环境的同时也提供了实习、就业的机会。

3.2.4 合作意识明显增强,合作能力大幅提高。在教学改革的过程中,增加了实验课程和合作探究学习板块。在老师的引导下,独立性很强、以自我为中心的90后学生通过合作性学习优势都能得到发挥,也激发了他们学习的积极性。通过自己去发现规律、现象,用自己的语言抽象概括出结论,并且尝试证明自己得到的结论,学生才真正意识到自己是学习的主人。通过合作学习既学会了某种思想和方法,形成了数学思维,能用这种思维去帮助自己学习与人际交往。

注释及参考文献:

- [1]徐利治.徐利治论数学方法学[M]. 济南:山东教育出版社,2001.
- [2]徐沥泉.教学·研究·发现——MM方式演绎[M]. 北京:科学出版社,2003.
- [3]张金战.用MM教育方式指导高等代数教学改革的实践[J]. 衡水学院学报,2010, 12(4):62-64.
- [4]朱凤琴.大学数学的MM教育实践及其认识[J]. 无锡职业技术学院学报,2007,12(4):68-70.
- [5]王刚.从欧拉解决七巧问题看数学问题解决方法[J]. 新乡师范高等专科学校学报,2005,19(2):121-122.

### Pracitce and Understanding of MM Educational Method in Operational Research

WANG Yu-lan

(Wuxi Professional College of Science and Technology, Wuxi, Jiangsu 214028)

**Abstract:** This thesis states MM educational method thoroughly which provides successful references in the operational research course. By implementing MM educational method, the course not only helps students develop good habits, attitude, modes and methods in studying, but puts forward higher requirements for teachers' educational views and classroom designs. Thereby it is beneficial for us to carry out some experiments in our teaching reform of the course.

**Key words:** MM education method; operational research; practice

(上接150页)

mathematics and solving problems, teaching should be combined with the characteristics of different mathematical problems from the movement, transformation, development, unlimited etc to stimulate enthusiasm and diversity of students' thinking so as to understand the essence of mathematics method of thinking, cultivate the students' dialectical thoughts and ideas.

**Key words:** dialectical view; mathematical thinking; develop ability; inquiry learning