

# 输入—状态线性化控制永磁同步电动机混沌系统\*

周群利

(芜湖职业技术学院 电气工程学院,安徽 芜湖 241006)

**【摘要】**采用输入-状态线性化方法控制永磁同步电动机系统中出现的混沌现象,利用输入-状态可线性化的能控条件和合条件对施加控制的混沌系统进行判断,当满足线性化条件时,运用微分几何中的 Lie 导数和 Lie 括号运算将非线性系统模型转化为线性模型,然后对线性化后的系统设计控制器,使系统的三个状态变量均稳定的收敛于零,从而消除了混沌,仿真结果证明了该方法的有效性。

**【关键词】**永磁同步电动机(PMSM);输入-状态线性化;混沌控制

**【中图分类号】**TM301.2 **【文献标识码】**A **【文章编号】**1673-1891(2014)02-0055-03

## 引言

永磁同步电动机在合适的参数以及适宜工作环境下会发生混沌现象<sup>[1-3]</sup>,其具体表现形式有转矩及转速的间歇性振荡、闭环控制系统的不稳定、控制系统产生不规则的电流噪声等。混沌现象将直接影响到永磁同步电动机的稳定运行,因此,如何控制和消除这种混沌现象成为人们关注的课题。在电机混沌现象的研究中,张波等得到了一个适合分析永磁同步电动机混沌运动的模型,李忠等进一步分析了该模型的混沌和分岔现象,本文以此模型为基础,采用输入-状态线性化方法进一步研究混沌现象的控制问题。

## 1 永磁同步电动机混沌模型

文献<sup>[4]</sup>提出了一个适合分析永磁同步电动机混沌运动的数学模型,其模型如下:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{i}_d}{d\tilde{t}} = -\tilde{i}_d + \tilde{\omega}\tilde{i}_q + \tilde{u}_d \\ \frac{d\tilde{i}_q}{d\tilde{t}} = -\tilde{i}_q - \tilde{\omega}\tilde{i}_d + r\tilde{\omega} + \tilde{u}_q \\ \frac{d\tilde{\omega}}{d\tilde{t}} = \sigma(\tilde{i}_q - \tilde{\omega}) - \tilde{\tau}_L \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\tilde{i}_d$ 、 $\tilde{i}_q$ 、 $\tilde{\omega}$ 为无量纲状态变量,分别表示d、q轴定子电流和转子机械角速度; $\sigma$ 、 $r$ 为系统参数,皆取正值; $\tilde{u}_d$ 、 $\tilde{u}_q$ 、 $\tilde{\tau}_L$ 分别为经过无量纲化的d、q轴定子电压和负载转矩。本文只考虑永磁同步电动机空载运行一段时间后突然断电的情形,即 $\tilde{u}_d = \tilde{u}_q = \tilde{\tau}_L = 0$ 的情况,在此情形下系统(1)具有丰富的非线性动力学行为。当系统参数 $\sigma=3$ 、 $r=25$ 时, $\mathbf{X}$ 初值取 $[-0.01, -0.01, -0.01]$ ,系统的相轨迹如图1所示,其轨迹在混沌吸引子内绕着子吸引子盘绕折叠,此时,系统的状态完全进入混沌态。

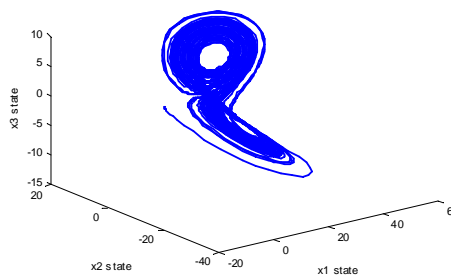


图1 PMSM混沌系统的相图

## 2 输入—状态线性化控制永磁同步电动机系统中的混沌

根据文献<sup>[5]</sup>输入——状态线性化的方法,当 $\tilde{u}_d = \tilde{u}_q = 0, \tilde{\tau}_L = 0$ 时,设系统状态 $(\tilde{i}_d, \tilde{i}_q, \tilde{\omega}) = (x_1, x_2, x_3)$ ,对式(1)施加控制 $\mathbf{U}$ ,PMSM系统的状态方程变为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2x_3 \\ \dot{x}_2 = -x_2 - x_1x_3 + rx_3 \\ \dot{x}_3 = \sigma(x_2 - x_3) + u \end{cases} \quad (2)$$

(1) 矢量场 $\mathbf{f}$ 和 $\mathbf{g}$ 分别为:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} -x_1 + x_2x_3 \\ -x_2 - x_1x_3 + rx_3 \\ \sigma(x_2 - x_3) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(2)检验能控性和对合条件

首先检验能控性:

$$[\mathbf{f} \ \mathbf{g}] = \mathbf{ad}_f \mathbf{g} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g} = \begin{bmatrix} -x_2 \\ x_1 - r \\ \sigma \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{ad}_f^2 \mathbf{g} = \frac{\partial(\mathbf{ad}_f \mathbf{g})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{ad}_f \mathbf{g} = \begin{bmatrix} -\sigma x_2 \\ -r - \sigma(r - x_1) \\ \sigma^2 - \sigma(x_1 - r) \end{bmatrix}$$

收稿日期:2014-01-14

\*基金项目:芜湖职业技术学院院级项目(项目编号:Wzyzr201311)

作者简介:周群利(1978-),女,陕西西安人,讲师,硕士研究生,研究方向:混沌控制。

$$\text{设 } C = [g, \text{ad}_f g, \text{ad}_f^2 g] = \begin{bmatrix} 0 & -x_2 & -\sigma x_2 \\ 0 & x_1 - r & -r - \sigma(r - x_1) \\ 1 & \sigma & \sigma^2 - \sigma(x_1 - r) \end{bmatrix}$$

$$\text{则 } |C| = \begin{vmatrix} 0 & -x_2 & -\sigma x_2 \\ 0 & x_1 - r & -r - \sigma(r - x_1) \\ 1 & \sigma & \sigma^2 - \sigma(x_1 - r) \end{vmatrix} = r x_2, \text{ 只要 } r x_2 \neq 0,$$

则C为满秩,则在R<sup>3</sup>内线性无关。

$$\text{下面检验对合性: } [g \text{ ad}_f g] = \frac{\partial(\text{ad}_f g)}{\partial x} g - \frac{\partial g}{\partial x} \text{ad}_f g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

因为零向量是属于任何向量场的集合,故 [g ad<sub>f</sub> g]构成一个对合集。

(3)求解λ(x)

$$\lambda(x) \text{ 应该满足条件 } \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x} \text{ad}_f^k g = 0, 0 \leq k \leq n-2 \text{ 和}$$

L<sub>g</sub>L<sub>f</sub><sup>n-1</sup>λ(x) ≠ 0, 这里 n=3, 即:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x_3} \end{bmatrix} g = 0,$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x_3} \end{bmatrix} \text{ad}_f g = 0,$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x_3} \end{bmatrix} \text{ad}_f^2 g \neq 0$$

可得:  $-r \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x_2} \neq 0$ , 所以λ(x)是含有x<sub>2</sub>的表达式,

则λ(x)的最简单的解为λ(x) = x<sub>2</sub> (3)

(4)计算L<sub>f</sub><sup>k</sup>λ(x), 0 ≤ k ≤ n-1

$$L_f^0 \lambda(x) = \lambda(x) = x_2, L_f^1 \lambda(x) = \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x} f = -x_2 - x_1 x_3 + r x_3$$

$$L_f^2 \lambda(x) = \frac{\partial [L_f \lambda(x)]}{\partial x} f = 2x_1 x_3 - x_2 x_3^2 + x_2 - r x_3 + \sigma(r - x_1)(x_2 - x_3)$$

(5)求线性化状态方程及控制律U

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda(x) \\ L_f \lambda(x) \\ L_f^2 \lambda(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -x_2 - x_1 x_3 + r x_3 \\ 2x_1 x_3 - x_2 x_3^2 + x_2 - r x_3 + \sigma(r - x_1)(x_2 - x_3) \end{bmatrix}$$

$$L_g L_f^2 \lambda(x) = \frac{\partial (L_f^2 \lambda(x))}{\partial x} g = 2x_1 - 2x_2 x_3 - r - \sigma(r - x_1)$$

$$L_f^3 \lambda(x) = \frac{\partial (L_f^2 \lambda(x))}{\partial x} f =$$

$$(2x_3 - \alpha_2 + \alpha_3)(-x_1 + x_2 x_3) + (-x_3^2 + 1 + \sigma - \alpha_1)(-x_2 - x_1 x_3 + r x_3) + (2x_1 - 2x_2 x_3 - r - \sigma + \alpha_1)(\alpha_2 - \alpha_3)$$

所以由  $u = \frac{1}{L_g L_f^{n-1} \lambda(x)} (-L_f^n \lambda(x) + v)$ , n=3, 可得:

$$u = \frac{-L_f^3 \lambda(x) + v}{L_g L_f^2 z_1} = \frac{-L_f^3 \lambda(x) + v}{2x_1 - 2x_2 x_3 - r - \sigma(r - x_1)} \quad (4)$$

其中V为新的控制输入。

$$\text{整理得线性化后的系统方程为: } \begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = z_3 \\ \dot{z}_3 = v \end{cases} \quad (5)$$

这样便完成了输入-状态线性化。

### 3 仿真结果

由式(1)可求出它的三个不稳定平衡点,在此以其中的一个不动点x=(0,0,0)为例对PMSM混沌系统进行控制。通过计算和分析可得,当新的控制输入v=-23z<sub>1</sub>-18z<sub>2</sub>-15z<sub>3</sub>时,由线性系统控制理论知式(5)的闭环系统特征方程的根都具有负实部,即系统是渐进稳定的,外部输入u(v)使PMSM混沌系统也是渐进稳定的。x初值取(-0.01,-0.01,-0.01),图2为PMSM混沌系统控制后的相图。图3为PMSM混沌系统控制后x1的状态响应曲线。当初始值远离不稳定平衡点(0,0,0)时,输入-状态线性化方法也可以实现对混沌系统的控制,使三个状态变量快速收敛于零。取x初值为(-20,11,-5)时,图4为受控后系统的相图,图5为受控后系统x1的响应曲线。

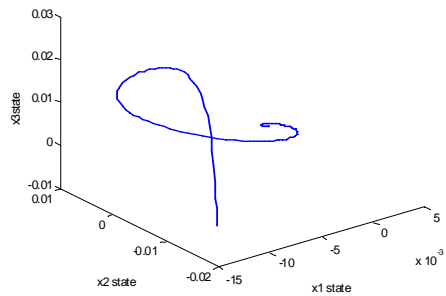


图2 PMSM混沌系统控制后的相图

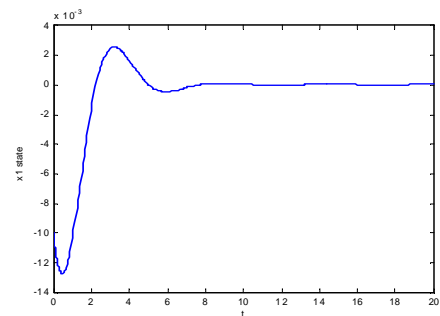


图3 PMSM混沌系统控制后x1的状态响应

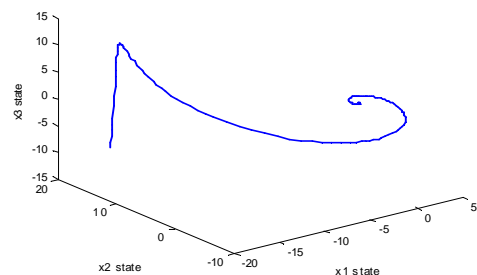


图4 PMSM混沌系统控制后的相图

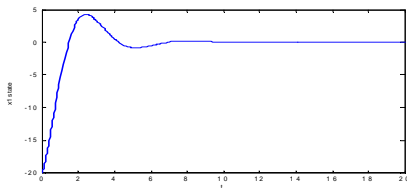


图5 PMSM混沌系统控制后 $x_1$ 的状态响应

#### 4 结论

采用输入-状态线性化方法对永磁同步电动机系统的混沌现象进行控制,对系统状态初值在不稳定平衡点(0,0,0)附近或远离它,都能使系统的三个状态变量快速稳定地收敛于零,从而消除了混沌现象。

#### 注释及参考文献:

- [1] 韦笃取,张波,丘东元,等.基于LaSalle不变集定理自适应控制永磁同步电动机的混沌运动[J].物理学报,2009,58(9):6026-6029.
- [2] 薛薇,郭彦岭,陈增强.永磁同步电机的混沌分析及其电路实现[J].物理学报,2009,58(12):8146-8151.
- [3] 卢强,孙元章.电力系统非线性控制[M].北京:科学出版社,1993.
- [4] 张波,李忠,毛宗源,庞敏熙.电机传动系统的不规则运动和混沌现象初探[J].中国电机工程学报,2001,21(7):40-45.
- [5] 韩萍.基于反馈线性化的Rössler混沌系统控制[J].渤海大学学报,2011,32(2):120-123

### Input-state Linearization Control of Permanent Magnet Synchronous Motor Chaos System

ZHOU Qun-li

(School of Electrical Engineering, Wuhu Institute of Technology, Wuhu, Anhui 241006)

**Abstract:** Input-state linearization method is used to control chaos phenomenon of PMSM system. Controllable and involutive conditions of Input-state linearization is used to judge the imposed controlling chaotic system. When the conditions are met, the nonlinear system model is transformed into a linear one by Lie derivative and Lie bracket operation in differential geometry. Then the controller of linear system is designed that made three states of the system steadily converged to zero, and then eliminated the chaos. The simulations show that the method is effective.

**Key words:** Permanent Magnet Synchronous Motor(PMSM); input-state linearization; Chaotic control