第28卷第1期 西昌学院学报·自然科学版 Vol.28,NO.1
2014年3月 Journal of Xichang College·Natural Science Edition Mar.,2014

# 浅议解析几何的习题课教学

王玉华

(临沧师范高等专科学校 数理系,云南 临沧 677000)

【摘 要】习题课教学是解析几何教学中的重要组成部分,习题课教学效果的好坏关系到学生能否准确的掌握知识和应用知识,因此精心研究习题课的教学是非常必要的。本文从习题选择要有针对性和代表性,坚持精简多练原则,坚持典型性原则,坚持开放性原则这四个方面对如何进行解析几何的习题课教学提出了自己的一些观点。

【关键词】解析几何;习题;教学;原则

【中图分类号】O182-44 【文献标识码】A 【文章编号】1673-1891(2014)01-0148-03

解析几何的学习离不开习题,习题是学生巩固和应用所学知识的重要工具,也是提高学生分析问题和解决问题能力的重要手段,同时也是检验教学效果必不可少的工具,因此习题课的教学贯穿于解析几何教学的始终,是解析几何教学中的重要环节。解析几何的习题课主要是指以解答习题为主的练习辅导课,是一种积极的思维活动和探索行为的综合性落实,是训练思维、优化思维品质的好方法。在解析几何的习题课教学中可以指导学生树立正确的学习方法,帮助学生巩固所学知识,培养其推理论证和应用所学知识去解决实际问题的能力,从而达到对所学知识的意义建构。因此,解析几何的习题课教学是必不可少的,习题课的教学效果直接影响着学生的学习效率和学习成绩。所以,如何做好解析几何的习题课教学是每一位解析几何教师都应探究的问题。笔者根据教学经历,对如何做好解析几何的习题课教学提出了自己的一些观点,认为解析几何的习题课教学应遵循以下原则:

## 1 习题选择要有针对性和代表性

在习题课的教学中习题的选择是非常重要的,习题课不同于新授课,它作为课堂教学的组成部分,以训练学生思维为主,因此要达到高效的训练目标,教师在选择习题时,要针对教学目标及学生的学习现状进行选择,切忌随意性和盲目性。在习题的选择中要克服贪多、贪全,有时看着哪个题目都不错,都想让学生做做,这样题量就大了,所以,习题的选择一定要有代表性,既要注意到对知识点的覆盖面,也要注意通过训练让学生掌握所学知识,达到学习目标。

例如:学习完平面方程这一节以后,可以给出以下题目,帮助学生巩固所学知识。

(1) 求经过点(3,1,-2)和 $z$ 轴的平面方程。

(2) 求通过点 $M_1(3,1,-1)$和 $M_2(1,-1,0)$且平行于向量$\{-1,0,2\}$的平面方程。

(3) 平面$\lambda_1(x+y+2z+2)+\lambda_2(3x+4y-2z)=0$,在 $z$ 轴的截距是2,则$\lambda_1:\lambda_2$等于多少?

(4) 已知点(5,4,-1)在平面上的正投影是(-1,8,-3),求平面方程。

(5) 设平面的法向量与向量$\vec{v}=\{3,-2,1\}$的方向相同,$p=\frac{10}{\sqrt{14}}$求该平面的方程。

以上5个题目涉及到了平面的点位式方程、点法式方程、截距式方程、法式方程、一般方程的特殊位置关系这些知识点,是具有针对性和代表性的题目,因此学生通过以上5个题目的训练,更能深刻的领会所学知识,加深对知识的理解。

再如:学习完柱面这一节以后,在习题课中给出以下练习:

(1) 求曲线$\Gamma:\begin{cases}x^2+y^2=4a^2\\x^2+2y^2+2z^2=5a^2\end{cases}$,$(a>0)$在$xOy$面上的射影柱面方程和射影方程。

(2) 设曲面$\Sigma:\lambda^2x^2+y^2+z^2=\mu^2$,当$\mu=0$,$\lambda\neq0$时,Σ表示的图形是____,当$\lambda=0$,$\mu\neq0$时,Σ表示的图形是____,当$\lambda=\mu=0$时,Σ表示的图形是____。

(3) 求准线为$\Gamma:\begin{cases}x^2+y^2=1\\2x^2+2y^2+z^2=2\end{cases}$,母线平行于$\vec{v}=\{0,1,1\}$的柱面方程。

(4) 试求与两球面:$x^2+y^2+z^2=4$和$x^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$相切于一圆的柱面 方程。

(5) 求准线为$\Gamma:\begin{cases}z=0\\x^2+y^2+z^2=r^2\end{cases}$,母线方向向量为$\vec{v}=\{-1,0,1\}$的柱面的参数方程。

以上习题涉及到柱面的一般方程、柱面的射影式方程、曲线的射影柱面方程和射影式方程这些知识点,通过以上习题的训练,可以使学生掌握柱面

收稿日期:2013-10-15



作者简介:王玉华(1981- ),女,讲师,硕士,研究方向:代数。

的相关知识。

## 2 坚持精讲多练的原则

在解析几何的习题课教学中要坚持精讲多练，即教师精讲，学生多练。教师的讲，要切中要害，对学生的思维要有启迪作用，不能拖泥带水、啰啰嗦嗦。在教学中要充分发挥学生的主动性，注重提高学生的数学思维能力，发展学生的数学应用意识。在课堂教学过程中，大部分解析几何教师都存在误区，认为教师讲得多、讲得清、学生听懂了，课堂效率就提高了，但学生的普遍反映是上课听懂了，做作业却不会做。因此在实际的教学中，习题课不是简单的“学会”做题，而是重在教会学生“会学”。教师在习题课教学中要给学生充足的空间，让学生成为学习的主角，成为知识的主动探索者，使学生由被动接受者和被灌输者成为积极主动学习者。

例如：在空间两直线的位置关系这一节的习题课教学中，选择了如下习题：设 $d$ 和 $d'$ 分别是坐标原点到点 $M(a,b,c)$ 和 $M'(a',b',c')$ 的距离，证明当 $aa'+bb'+cc'=dd'$ 时直线 $MM'$ 通过原点。对于这样的题目，大部分解析几何教师在习题课上都会把解题过程清晰的讲解给学生，结果学生知道了这个题目的做法，但是没有培养学生解决问题和分析问题的能力。我们在习题讲解时要具有启发性，这是学生掌握所学知识的先决条件。对于以上题目教师应先让学生分析已知条件与未知条件之间的联系，这时学生就会发现 $aa'+bb'+cc'$ 可以看做向量 $\overrightarrow{OM}$ 和向量 $\overrightarrow{OM}'$ 的数量积，紧接着教师进一步启发学生向量 $\overrightarrow{OM}$ 和向量 $\overrightarrow{OM}'$ 与所要证明的结论直线 $MM'$ 通过原点有什么关系，学生通过思考后得出结论：如果直线 $MM'$ 通过原点，那么向量 $\overrightarrow{OM}$ 和向量 $\overrightarrow{OM}'$ 在一条直线上，即向量 $\overrightarrow{OM}$ 和向量 $\overrightarrow{OM}'$ 的夹角为 0°或 180°，从而学生结合数量积的相关知识得到了以下解答过程：

证明：

$\because \overrightarrow{OM}=\{a,b,c\},\overrightarrow{OM}'=\{a',b',c'\},|\overrightarrow{OM}|=d,|\overrightarrow{OM}'|=d'$

又 $\because \overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{OM}'=|\overrightarrow{OM}|\cdot|\overrightarrow{OM}'|\cos\angle(\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{OM}')$

即 $aa'+bb'+cc'=dd'\cos\angle(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OM}')$

$\because aa'+bb'+cc'=dd'$

$\therefore \cos\angle(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OM}')=1$

即 $\angle(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OM}')=0$，结论得证。

从以上教学方式可看出，教师讲得不多，但具有启发性，能抓住关键，突出重点，由浅入深，更多的注重学生的自主探索，这样学生不仅理解了这个题目的解题方法，而且掌握了分析问题的方法，从而提高了学生的解题能力。

## 3 坚持典型性原则

坚持习题选择的典型性和讲解的典型性是解析几何教师一直强调的问题，习题课不能简单的就题论题，教师应充分挖掘习题的多重价值，把典型题当做例题，作为学生思维训练的载体，以该题为基点进行发散思维，把一道题变为一类题，把知识结成链，让学生懂一点、通一面。

例如：用向量法证明几何问题是解析几何教学中的重点和难点，教材中没有独立的章节来介绍这个知识点，大部分解析几何教师都是按照教材的编排顺序进行讲授，没有对用向量法证明几何问题这个知识点进行系统的介绍，因此大部分学生一旦遇到这类习题就觉得无从下手。为了使学生能熟练的运用向量法证明几何问题，教师可以利用习题课对这部分内容进行补充和加强对学生的训练。用向量法证明线共点是用向量法证明几何问题的一个重要内容，在习题课上教师可以选择如下典型习题进行讲解：证明四面体对边中点的连线交于一点且互相平分。通过这个习题的讲解，带领学生一起总结出证明这类问题的步骤是：⑴ 把每两条线段的交点做出来，不妨假设为 $p_1,p_2\cdots\cdots,p_n$。要证明线共点，就只需证明点 $p_1,p_2\cdots\cdots,p_n$ 重合。⑵ 在图形中取一点 $A$，做出向量 $\overrightarrow{Ap_1},\overrightarrow{Ap_2}\cdots\cdots,\overrightarrow{Ap_n}$ 要证明点 $p_1,p_2\cdots\cdots,p_n$ 重合，就只需证明向量 $\overrightarrow{Ap_1},\overrightarrow{Ap_2}\cdots\cdots,\overrightarrow{Ap_n}$ 重合。⑶ 在图形中找出不共面的三向量 $\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3$，然后用 $\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3$，把向量 $\overrightarrow{Ap_1},\overrightarrow{Ap_2}\cdots\cdots,\overrightarrow{Ap_n}$ 线性表示出来。即命题得证。通过对这个典型习题的讲解以后，学生已经初步掌握了如何用向量法证明线共点问题，为了巩固学生对这类问题的理解，教师接着给出以下习题：

⑴ 用向量法证明三角形的三中线共点；

⑵ 证明四面体每一个顶点与对面重心所连的线段共点，且这点到顶点距离的是它到对面重心距离的三倍。

学生通过对以上习题的训练，加深了对用向量法证明线共点问题的理解，并对向量法有了一定的认识，避免了学生一旦遇到用向量法证题的题目就害怕的情绪，增强了学生学习的积极性和主动性。

## 4 坚持开放性原则

习题课不但要注重典型性，更要注重开放性。运用变式教学，把研究的基本问题适当地向纵向和横向拓展，挖掘问题的潜在功效。鼓励学生对问题进行等价转化，广泛联想、思路拓宽。用多变的教学方式提升思维的灵活度和应变力。在习题课教学中尽量让学生去多思考，启发学生从不同的角度

去观察、联想，探索解决问题的途径，让学生参与解决问题的全过程，成为问题的探索者。通过一题多解、一题多变、纵向延伸、横向拓展等方法变换习题，达到训练学生思维，培养学生的知识运用能力，分析、解决问题能力的目的。

例如：学习完向量的加减法运算后，给出以下习题：对于任何两个向量$\vec{a}$和$\vec{b}$，用不等号连接以下式子$|\vec{a}+\vec{b}|$____$|\vec{a}|+|\vec{b}|$。学生通过思考和教师的讲解后得出答案：$|\vec{a}+\vec{b}|\leq|\vec{a}|+|\vec{b}|$。

接着教师鼓励学生对问题进行等价转化，思考能否得到类似结论，学生得到了以下结论：$|\vec{a}-\vec{b}|\leq|\vec{a}|+|\vec{b}|$，$|\vec{a}+\vec{b}|\geq|\vec{a}|-|\vec{b}|$，$|\vec{a}-\vec{b}|\geq|\vec{a}|-|\vec{b}|$。为了进一步拓宽学生的思维教师给出以下习题：要使下列各式成立，向量$\vec{a}$，$\vec{b}$应满足什么条件？

⑴ $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$；⑵ $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$；

⑶ $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$；⑷ $|\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$

⑸ $|\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$；⑹ $|\vec{a}+\vec{b}|\perp|\vec{a}-\vec{b}|$

⑺ $\lambda|\vec{a}+\vec{b}|=\mu|\vec{a}-\vec{b}|$，其中$\lambda^2+\mu^2\neq0$；

⑻ 向量$\vec{a}+\vec{b}$平分$\vec{a}$与$\vec{b}$正向所形成的正角最小。

通过对第一个问题的转化，不仅培养了学生的变式思维，而且培养了学生从多角度、多方位来解决问题，深刻理解知识的本质。

再如：已知圆柱面的轴为$\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{-2}$，点(1,2,-1)在此圆柱面上，求这个圆柱面的方程。学生做这种类型的题目，基本上采用的都是求柱面的基本方法，即：⑴先求这个圆柱面的准线方程；⑵在准线上任意取一点，并求出过这个点的母线方程；⑶消去参数后最终得到的就是所求柱面方程。学生用这种常用方法解完题目后，教师应进一步启发学生，由于圆柱面是特殊的柱面，那么有没有特殊、简便的方法来解决这个题目呢，学生经过讨论后发现圆柱面上任意一点到轴的距离都是相等的，于是用点到直线的距离公式求出了圆柱面的方程。通过以上一题多解的训练，培养了学生灵活应用知识的能力，使学生对所学知识的理解更透彻，更全面。

总之，解析几何的习题课教学是补救教学的有效措施之一，因此教师应精心研究习题课的教学方法，使学生思考问题、分析问题、解决问题的能力在习题课教学中得到提高，这样才能使解析几何的教学效果得到不断提高。

注释及参考文献：

[1]吕林根，许子道.解析几何[M].北京：高等教育出版社，2005.

[2]李士锜，PME.数学教育心理[M].上海：华东师范大学出版社，2001.

[3]吕林根，张紫霞，孙存金.解析几何学习指导丛书[M].北京：高等教育出版社，1988.

[4]黄燕玲.解析几何的数学方法论特点[J].河池师范高等专科学校学报，2000(2):55-58.

## Analysis on Exercise Teaching of Analytic Geometry

**WANG Yu-hua**

*(Department of Mathematics and Physics, Lincang Teachers' College, Lincang, Yunnan 677000)*

**Abstract:** Exercise teaching is an important part of the teaching of analytic geometry. The effect of exercise teaching is related to the ability of students to absorb and apply the knowledge. Thus it is very necessary to study it meticulously. This paper proposes some ideas on how to conduct exercise teaching of analytic geometry from four aspects, including pertinence and representativeness of the choice of exercises, the principle of simplification and more practice, the principle of typicality and the principle of openness.

**Key words:** analytic geometry; exercises; teaching; principle