

国外优秀微积分教材抽样调查研究

李红玲

(宿迁学院 教师教育系 江苏 宿迁 223800)

【摘要】通过对四本国外优秀微积分教材在立场、用语、数学方法、科技渗透、应用及习题六个方面的调查研究,对国内文科微积分教材的建设提出了两个方面的建议:教材中定理名称需统一化、习题设置要有针对性。

【关键词】国外教材;抽样调查;文科教材;定理名称;习题设置

【中图分类号】O172-43 **【文献标识码】**A **【文章编号】**1673-1891(2014)01-0139-04

当今社会处于全球化浪潮的冲击之下,教育信息的传播无远弗届,教育政策的相互借鉴也日益普遍。中国的教材多以教育部颁发的教学大纲或者考研大纲为标准,其内容非常适合于考研和深造的学生,但是对于文科学生来说,在理解概念和掌握解题技能上就有较多的困难。西方教材虽然没有统一的大纲,但是在传统的、以代数公式推导为基础的微积分教学方式中,许多学生同样感觉吃力。因此在公众的关注下,在政府的资助与支持下,在研究者与教育者的共同努力下,各国都出版了一些优秀教材,且不断地完善出新。本文将通过对国外优秀微积分教材进行抽样调查分析,从而给出对国内文科微积分教材建设的思考建议。

1 调查情况

1.1 调查研究目的

了解国外优秀教材的具体情况,通过对其内容与特色的分析比较,寻找出其闪光点,以期有助于中国教材的建设与完善。

1.2 调查研究样本

对四本常见国外优秀教材进行分析研究,选择的过程中注意到其独特性与代表性,见参考文献^[2-5]。为简便起见,后文调查分析中提到具体某本教材时,将用“教材+序号”来表示,如“教材1”。

1.3 调查研究内容

本调查从教材设置的立场和教材的特点进行研究,分别讨论了其换位思考、语言的直白、数形结合、计算机技术的使用、应用能力的注重以及习题设置的多样性这六个方面。通过研究其长处,总结其经验,以期借鉴到我国的教材建设当中去。

2 调查分析

通过对中外教科书的对比,可以发现其主要区别在于两条,一是外国教科书比较注重数学知识的来龙去脉,倾向于使用建构的方式展现知识的形成

过程,并适当融入数学思想与数学方法;二是外国教科书比较注重数学知识的应用,采取建模的手段展现知识的实际使用过程,并涉及到广泛的其它领域,如自然科学、社会科学以及工程技术等,下面将分六个方面具体阐述外国教科书的特点。

2.1 换位思考

在教学中,教师是主导,学生是主体,而教材是重要的信息资源。满足主体需求的教材才是好教材,所以教材的建设应该考虑到学生的具体实际,应该站在学生的角度进行换位思考。正如教材2的作者所指出的那样:“一本书不能构成一门课,教师和学生在一起才能构成一门课”。一本好的教材可以给教师提供支持其课程的充分的知识储备,帮助教师在教学过程中发挥其才能。这几本教材都能做到以学生为中心、为学生着想、为学生服务。

以教材1为例,为了鼓励学生坚持不懈地学习,为了降低失败率,教材采取了数值方法和图示方法,也提供代数方法,给予学生掌握内容的不同途径。又如教材4,站在学生的角度,独创了“内心独白”方式,即问题求解过程中学生们应遵循的思考过程,为学生们提供了不可或缺的推理过程以及求解方案。这些国外优秀教材都是基于换位思考,从学生的立场出发,为了学生着想,所以才会将抽象的知识简单化直观化,其中设立的习题贴近生活,例题解答相当翔实,每个步骤都会给出,让学生一目了然。

2.2 语言直白

数学知识本身就是抽象的、高度概括的,倘若教材使用的语言也是字斟句酌到每个字每句话都含义深刻的程度,那么初学者就很难入手了,所以国外优秀教材都十分注重语言的直白,使用生活化的语言与读者进行交流,因此都具有易于阅读、适于交流的特点。每个知识点都是通过清楚的、易于

理解的例子启发性地引入,然后通过马上能引起学生兴趣的在实际问题中的应用来加深理解。对每个重要专题,均用语言、代数、数值、图像的方式予以陈述。例题、习题贴近生活实际,能充分调动学生学习的兴趣。其语言直白的描述有时甚至是不严格的,但是数学上绝对没有错误。

以教材4为例,其中的语言就是非正式的,有吸引力并完全不强求的,甚至在不失其详尽性的基础上又增添了许多娱乐性,而且不会跳过讨论一个问题的任何步骤。例如,在第三章极限导论中,以图形直观与语言描述来给出极限的定义,而将其精确定义放在书后附录中;又如,书中形象地称“夹逼定理”为“三明治定理”,将不是处处可导的一些函数形容为“尖并且颤抖着”。这些直白的语言,可以让学生在轻松快乐的氛围中接受知识。

2.3 数形结合

由于高等数学知识的抽象性与复杂性,多种方法的交叉性使用就显得十分必要了,数形结合就是其中很重要的一种方法。这几本教材都很强调概念的理解,为了便于学生的理解,都采用了几何化、数值化、代数化和描述化相结合的方式。它们鼓励学生直观形象地、解析地和数值地思考问题,以数形结合来加深学生对问题的理解。几乎每个习题组都包含了要求学生把生成和解释图形作为理解数学和现实世界中关系的工具。

以教材1为例,其编者制定并努力遵循以下两条原则: 三项准则:课程的每一主题都应当从几何、数值和代数三个方面加以体现; 阿基米德方法:正式的定义与方法是根据实际问题的调查研究得出的。书中既提供数值方法和图示方法,也提供代数方法,给予学生掌握内容的几种途径。这种处理方式是为了鼓励学生坚持不懈地学习,以降低失败率。在第二章导数部分,通过大量的语言描述与图形直观来展现“趋于”的导数定义。以导函数一节为例,其中的例1与例2都是根据函数图形来求导数,例3是根据函数值表来估计导数,这几个例题都采用了数形结合的方式,十分容易理解和接受。而且该教材中不要求严格证明,比如,没有介绍积分上限函数,直接由速度路程的关系 $S(b) - S(a) = \int_a^b S'(t) dt$ 将之一般化后语言总结出微积分基本定理。

2.4 科技渗透

计算机技术是科技发展的成果,为我们的生活带来很多的便捷。如果能将计算机技术融入到教材当中去,将有助于更好地展现知识与使用知识。目前国内教学中常见的使用多为利用PPT代替黑板

与粉笔,在教材中与内容的融合非常少见,这几本抽样教材就体现了较多的科技融入。

以教材3对计算机技术的使用为例,首先是对计算机技术的介绍,在1.4节专门介绍了图形计算器与计算机,教学生们如何作图。其中给出九个例题,展示用图形计算器和计算机在一个显示窗口或屏幕。我们指的是矩形显示区,展示函数图像的一个矩形部分。为了巩固知识点,该节内容后有三十八个相关练习题。教材中介绍定义的时候,也与数值分析联系起来。比如,在2.2节处给出的是描述性定义,使用的是“趋于”字眼。在例题中,不仅给出了图形,还给出了数值表,即当x取值趋于 x_0 时, $f(x)$ 对应的数值列表。不仅使用计算器,还指出其局限性。又如100页的例2:要求估计 $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{t^2+9}-3}{t^2}$ 的值。当取 $t = \pm 1.0; 0.1; 0.05; 0.01$; 时,发现 $f(t)$ 趋于0.166,但是当取 $t = \pm 0.0005; 0.001; 0.0005; 0.0001$ 时,发现 $f(t)$ 渐渐成为零。问题在于计算器给出了错误的数值,由于不属于教材指定内容,故教材中指出了参考网络连接。

2.5 强调应用

高等数学知识是抽象的,但不是与社会生活毫无关系的纯粹理论堆积,而是具有很强的应用能力。将知识的应用体现出来,有助于激发学生对知识点的兴趣。这几本教材都注意到了应用的重要性。

教材1与教材4都增加了数值计算的内容:教材4在“最优化和线性化”章节内容中介绍了牛顿方法;教材1在积分处介绍了定积分的逼近方法:中点公式、梯形公式,以及逼近误差与辛普森公式;在定积分的应用处介绍了多种方面:几何应用(体积与弧长)、物理应用(功、力和压力)、经济应用(收入流、供给需求曲线及消费者剩余等);分布函数的应用(密度函数、累加分布函数等)。而教材2则力图尽早地把数学建模以及数学实验的思想和方法融入课程,并加进大量的具有数学实验思想的例题和习题,以提高学生对数学实验的认识和能力。

2.6 练习综合

常规的数学习题只有计算和证明,显得冷冰冰的,缺乏与实际的联系,国外优秀教材就注意到这一点,在练习的类型上进行了改革。

以教材2为例,每章内容的结尾有三块,一是指导你们复习的问题,二是实践习题,三是附

加习题 理论、例子、应用。其中 指导你们复习的问题 要求学生思考该章主要的概念,然后用文字表达他们对这些概念的理解,还包括说明性的例子,这些都是适合于做写作习题的问题。实践习题 提供了对方法、计算和数值技巧、以及主要应用的复习。附加习题 理论、例子和应用 向学生提供更多的理论和挑战性问题,以及进一步加深学生对数学概念理解的问题。而教材3的特点在于其 课外读写 部分,值得文科教材借鉴。如在2.8节 导数 后面附设有 课外读写 早期求切线的方法,后面列出四个参考文献,要求学生根据自己的阅读写份读书报告,对费马或者巴罗方法和现代方法进行比较。在4.4节 不定型求导与洛必达法则 后面附设 课外读写 洛必达法则的起源,给出四个参考文献,要求学生 写一份关于洛必达法则的历史和数学起源的报告,要求介绍洛必达与伯努利的详细简历,叙述他们之间的商业来往,然后写出洛必达自己对法则的描述 等等。

3 思考与建议

根据对国外优秀教材在各方面闪光点的综述,考虑到国内文科教材存在的缺乏针对性的各种问题,应该在教学中注意语言与方法的灵活性,同时在教材中减少纯计算性的内容,增加如何利用计算机(器)简化运算的内容。下面将着重探讨教材中微积分基本定理的统一名称以及课后习题的针对性设置这两个问题。

3.1 微积分基本定理名称的统一问题

同类教材应具有基本内容的一致性,名称也应该采用一致。文科大学数学教材的名称可以统一化为 大学文科数学 或其它类似的名称。正所谓名不正言不顺,既然针对的都是文科生群体,何不将名称一致化呢?除了教材的名称,还有内容的名称。以微积分(学)基本定理为例,相关定理有积分上限函数(或称之为变上限的积分)的性质与牛顿-莱布尼茨公式这两个,呈现如下:

定理1 如果 f 是闭区间 $[a, b]$ 上的连续函数,并且函数 F 定义为

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt, a \leq x \leq b$$

那么 F 在开区间 $[a, b]$ 内可导,并且 $F'(x) = f(x)$ 。

定理2 如果函数 f 在闭区间 $[a, b]$ 是连续的,那么有

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

其中 F 是 f 的原函数,即 $F' = f$ 。

通过对已有文科教材分析可见,称呼不一,有

的教材称定理1为微积分(学)基本定理;有的教材称定理2为微积分(学)基本定理;而有的教材则未提及 微积分(学)基本定理 这个名称。该情况会使得学习者们产生疑惑 究竟哪个才是微积分基本定理呢?那么究竟孰对孰错呢?其实大家都没有错,因为积分上限函数的性质与牛顿-莱布尼茨公式共同在为微分与积分的关系做贡献,且前者还为后者的证明做了贡献。定理1表明定积分是微分的逆运算;定理2表明定积分可以用无穷多个原函数中的任何一个来计算。

但是,不同教材用同一名称对应不同的内容,这是不合理的现象,所以建议将其一致化。可采用国外优秀教材的处理方式,如本文的调查样本中都采用这样的解决方式:将积分上限函数的性质称为 微积分第一基本定理,将牛顿-莱布尼茨公式称为 微积分第二基本定理。这样既肯定了前者的贡献,又肯定了两者的关系,且不会造成误解。

3.2 课后习题的针对性设置

国内文科教材中的课后习题大部分都是计算题,只是要求学生将数值带入公式来计算,起到加强训练巩固知识的作用。这样的设置显然是照搬了理工科的教材。其实,教材建设者需要因人而异,根据文科学生的具体情况来重新设置课后习题。

首先,考虑到文科生的文字特点。吸取国外教材的闪光点,建议文科教材中的课后习题可以多增加 理解题 与 文献题 这两种新题型。理解题 着重于让学生思考该章节的主要概念,然后要求其用文字将之对概念的理解表达出来;文献题 注重于要求学生根据所给出的参考文献,通过去图书馆或网络查阅资料,然后写出自己的综合意见形成书面报告。

以 极限与连续 部分内容为例,可设立这样的理解题:单侧极限与极限有什么区别与联系?函数在一点处左连续是什么意思?右连续呢?连续与单侧连续之间的区别与联系是什么?如果在纸上用铅笔画图时,是不是只要铅笔不离开纸,那么函数就是连续的?为什么?

以 积分 部分内容为例,可设立这样的文献题:通过查阅文献,写一份关于牛顿与莱布尼茨关于微积分发明权的争论,其中要考虑到为什么牛顿不发表自己的结论?该争论是由两个主角挑起的还是由相应的组织挑起的?这样的争论导致了哪些不好的后果?从该事件中可以提取出哪些经验教训?

这样的题型设置,既能够让文科生展现自己的

文字特长、增强其学习自信心,又能够让他们在课外查阅资料的时候接触更多的内容,从而扩大视野、加深对数学的了解。

其次,考虑到题型的视觉性与综合性。大学生的课余时间较为宽裕,所以需要教师恰当地引导。首先,由于计算机的普及,很多学生会在课后沉溺于网络游戏。与其粗暴地干预导致学生的反感,不如通过正确地引导使得网络为学习所用。同时,也可以适当推荐课后阅读一些相关书籍,这样既有助于增加学生对学科的兴趣,也有助于加深学生对知识的思考与探讨。可见,课外作业的合理设置也有

助于引导学生合理地安排课后的时间。教材设置者可以根据学生的不同专业背景,改变计算证明式的常规作业,设计出新颖的艺术题作业:看影片、读文章、看科普书、找艺术品。

综上,作为教材内容的一部分,课后习题不仅关系着学生对知识的巩固,更关系到学生课外时间的规划与课外学习的指引。在文科教材中,纯粹计算性质的习题是不宜过多的,因此,建议删掉一部分计算题,相应地,应该增加一部分理解题、文献题和艺术题等,其设置要有针对性地文学化、思想化、时代化!

注释及参考文献:

- [1]胡建德,阿荣.从哈佛 Hughes - Hallett 的《Calculus》看微积分教学改革[J].中央民族大学学报,2007,16(3):281 - 284.
- [2](美)Deborah Hughes - Hallett, Andrew M.Gleason.微积分[M].胡乃囡,邵勇,徐可,马志鹏,徐刚译.北京:高等教育出版社,1997.
- [3](美)Finney,Weir,Giordano.托马斯微积分[M].叶其孝,王耀东,唐兢译.北京:高等教育出版社,2003.
- [4](加)James Stewart.微积分[M].白峰杉译.北京:高等教育出版社,2004.
- [5](美)Banner,A.普林斯顿微积分读本[M].杨爽,赵晓婷,高璞译.北京:人民邮电出版社,2010.
- [6]李红玲.现有大学文科数学教材中存在不足的思考[J].数学教育学报,2012,21(1):92 - 94.
- [7]李红玲.瑞典非政府教育改革项目“身体与灵魂”的分析与启示[J].数学教育学报,2013,22(2):62 - 66.
- [8]娄亚敏.大学数学课文化点缺失与重构[J].数学教育学报,2008,17(3):78 - 80.

The Sampling Survey of Outstanding Foreign Calculus Textbooks

LI Hong-ling

(Department of Teacher Education, Suqian College, Suqian, Jiangsu 223800)

Abstract: The sampling survey of four outstanding foreign calculus textbooks includes six aspects: writing standpoint, phraseology, mathematical method, technology penetration, application and exercise. Two suggestions to local liberal arts calculus textbooks are posed that the name of theorem should be unified and the set of exercises should be targeted.

Key words: foreign textbook, sampling survey, liberal arts calculus, the name of theorem, the set of exercises.