

城市公交调度的若干优化模型*

以湛江城区11路公交为例

尹慧敏 赵啟雄 李观荣

(湛江师范学院 数学与计算科学学院 广东 湛江 524048)

【摘要】以湛江城区11路公交为例,建立了公交调度问题的若干数学模型。结合收集到的客流量信息,通过求解数学模型,得到湛江11路公交的优化调度。

【关键词】数学模型;公交调度;优化模型

【中图分类号】U492.22 **【文献标识码】**A **【文章编号】**1673-1891(2014)01-0029-03

公共交通是城市交通的重要组成部分,城市要发展,离不开城市交通的优化和发展,合理的公交调度,可以有效地缓解运力和运量的矛盾,最大限度地平衡乘客和公交公司之间的利益。公交调度优化一方面可以降低乘客的出行成本,改善市民出行的环境,另一方面也可以增加公交车辆的运行效率,提高公交公司的经济效益和社会效益。基于以上两方面的原因,人们对城市公交调度优化的研究产生了浓厚的兴趣,也得到不少成果^[1-4]。

湛江作为沿海开放城市,环境优美,经济繁荣,随着湛江钢铁基地、中科炼化等大型项目的建成,湛江将进入发展的快车道,湛江的公交系统也随着经济的发展面临着巨大的挑战。本文主要是以湛江城区11路公交为例,建立了公交调度问题的若干数学模型,并结合收集到的客流量信息,通过求解数学模型,得到湛江11路车的优化调度。

1 最大断面客流量模型

湛江市区11路线公交是湛江公交系统中的一条重要的线路,其上下行均有39个站,一天的运行时间为早上6点到晚上12点。为了研究的方便,我们把运行时间分为18个时段,每个时段间隔为1小时,第j时段,第k站上行和下行上车人数分别记为 a_{1jk} 和 a_{2jk} ,第j时段,第k站上行和下行下车人数分别记为 b_{1jk} 和 b_{2jk} ,第j时段上行和下行的最大断面客流量分别记为 l_{1j} 和 l_{2j} ,则根据文献^[1]中的模型,我们可得到湛江市区11路线公交各时段内最大断面客流量模型如下:

$$l_{1j} = \sum_{k=0}^{38} (a_{1jk} - b_{1jk}), \quad j = 0, 1, \dots, 38$$

$$l_{2j} = \sum_{k=0}^{38} (a_{2jk} - b_{2jk}), \quad j = 0, 1, \dots, 38$$

根据收集到一个典型工作日各站各时段上下客的数据 a_{1jk} , a_{2jk} 及 b_{1jk} , b_{2jk} ,代入模型(1),(2),可得到湛江市区11路线公交一个典型工作日的最大断面客流量数据表(表1)。

表1 最大断面客流量数据表

时段	06:00-07:00	07:00-08:00	08:00-09:00	09:00-10:00	10:00-11:00	11:00-12:00	12:00-13:00	13:00-14:00	14:00-15:00
上行	34	332	241	123	92	121	61	44	133
下行	41	260	204	151	120	168	138	71	136
时段	15:00-16:00	16:00-17:00	17:00-18:00	18:00-19:00	19:00-20:00	20:00-21:00	21:00-22:00	22:00-23:00	23:00-00:00
上行	73	73	237	164	90	77	41	23	21
下行	111	90	168	92	174	130	102	40	32

2 发车次数模型

根据调查,湛江市区11路线公交车为34座位客车(不包括司机座),假设公交车的满载率不超过150%,则在满足公交车满载率限制和载完各时段所有乘客的前提下,可建立如下发车次数模型:

$$c_{ij} = \begin{cases} \left[\frac{l_{ij}}{1.5 \times 34} \right] + 1, & \frac{l_{ij}}{1.5 \times 34} \notin Z^+ \\ \frac{l_{ij}}{1.5 \times 34}, & \frac{l_{ij}}{1.5 \times 34} \in Z^+ \end{cases} \quad i=1,2 \quad j=0,1,\dots,18, \quad (3)$$

其中 Z^+ 为正整数, c_{1j} 表发车次数(c_{1j} , c_{2j} 分别表示j时段上行和下行发车次数)。

根据表1数据及模型(3),可算得各时段上行和下行的发车次数表(表2)。

3 发车时间间隔模型

拿每个时段60分钟除以发车次数,可得出该时段平均发车时间间隔(分钟):

$$S_{ij} = \frac{60}{c_{ij}} \quad i=1,2 \quad j=1 \dots 18, \quad (4)$$

收稿日期 2013-09-24

*基金项目 广东省大学生创新创业训练计划项目(项目编号:1057912001)。

作者简介 尹慧敏(1991-)女,广东广州人,湛江师范学院2010级学生,研究方向:应用数学。

表2 各时段上下和下的发车次数表

时段	06:00-07:00	07:00-08:00	08:00-09:00	09:00-10:00	10:00-11:00	11:00-12:00	12:00-13:00	13:00-14:00	14:00-15:00
上行	1	7	5	3	2	3	2	1	3
下行	1	6	4	3	3	4	3	2	3
时段	15:00-16:00	16:00-17:00	17:00-18:00	18:00-19:00	19:00-20:00	20:00-21:00	21:00-22:00	22:00-23:00	23:00-00:00
上行	2	2	5	4	2	2	1	1	1
下行	3	2	4	2	4	3	2	1	1

其中 s_{1j}, s_{2j} 分别表示 j 时刻上行和下的发车时间间隔。

由于 s_{ij} 的值有小数出现, 而现实中发车时刻表的最小单位为分钟, 故间隔应取整数。当 s_{ij} 取整数时, 可直接安排等时间发车 c_{ij} 次。当某个 s_{ij} 取小数时, 则可以建立如下模型:

$$\begin{cases} m_{ij} \times [s_{ij}] + n_{ij} \times ([s_{ij}] + 1) = 60 \\ m_{ij} + n_{ij} = c_{ij} \end{cases}, (i=1, 2; j=1, 2, \dots, 18) \quad (5)$$

其中 m_{ij} 表示与 $[s_{ij}]$ 为发车时间间隔的发车次数, n_{ij} 表示与 $[s_{ij}] + 1$ 为发车时间间隔的发车次数。

显然, (5) 式总是有整数解的。根据计算得到的 m_{ij} 和 n_{ij} 值及 $[s_{ij}]$, 可得到各时段的等时间发车间隔表(表3, 表4)。

表3 上行发车间隔表

时段	06:00-07:00	07:00-07:36	07:36-08:00	08:00-09:00	09:00-10:00	10:00-11:00	11:00-12:00	12:00-13:00	13:00-14:00	14:00-15:00
发车间隔(分)	60	9	8	12	20	30	20	30	60	20
时段	15:00-16:00	16:00-17:00	17:00-18:00	18:00-19:00	19:00-20:00	20:00-21:00	21:00-22:00	22:00-23:00	23:00-00:00	
发车间隔(分)	30	30	12	15	30	30	60	60	60	

表4 下行发车间隔表

时段	06:00-07:00	07:00-08:00	08:00-09:00	09:00-10:00	10:00-11:00	11:00-12:00	12:00-13:00	13:00-14:00	14:00-15:00
发车间隔(分)	60	10	15	20	20	15	20	30	20
时段	15:00-16:00	16:00-17:00	17:00-18:00	18:00-19:00	19:00-20:00	20:00-21:00	21:00-22:00	22:00-23:00	23:00-00:00
发车间隔(分)	20	30	15	20	15	20	30	60	60

4 模型的改进

对于以上的发车调度方案, 笔者仅仅考虑在固定的时间内, 用最少的发车班次把所有的乘客运走, 并没有考虑到乘客的等待时间。事实上, 一个理想的公交系统, 必须充分考虑乘客的等待时间, 为此, 结合湛江的实际情况, 我们作以下三个假设:

(1) 乘客在 13:00-14:00, 22:00-23:00, 23:00-00:00 时段的等待时间不超过 30 分钟;

(2) 乘客在上下班高峰时段(7:00-9:00, 11:

00-12:00, 14:00-15:00, 17:00-19:00) 的等待时间不超过 10 分钟;

(3) 乘客在其它时间段等待时间不超过 20 分钟。

在以上三个假设的约束下, 考虑用最少的发车班次, 把固定时间内的乘客都运走, 则可得到以下模型:

$$\begin{aligned} \min(z_i) &= \sum_{j=1}^{18} d_{ij} \\ \text{s.t.} &\begin{cases} \frac{60}{d_{ij}} \leq 10 (j=2, 3, 6, 9, 12, 13) \\ \frac{60}{d_{ij}} \leq 20 (j=1, 4, 5, 7, 10, 11, 14, 15, 16) \\ \frac{60}{d_{ij}} \leq 30 (j=8, 17, 18) \\ d_{ij} \geq c_{ij}, d_{ij} \in Z^+ \\ i=1, 2 \quad j=1, 2, \dots, 18 \end{cases} \end{aligned}$$

其中 z_i 为发车总次数, c_{ij} 为模型(3)算出的各时段发车次数, d_{ij} 为各时段在约束条件下的发车次数, $j=1$ 表示上行运动, $j=2$ 表示下行运动。

用表2的数据, 对模型(6)求解可得约束条件下的各时段上行和下的发车次数表(表5)。

表5 约束条件下的各时段上行和下的发车次数表

时段	06:00-07:00	07:00-08:00	08:00-09:00	09:00-10:00	10:00-11:00	11:00-12:00	12:00-13:00	13:00-14:00	14:00-15:00
上行	3	7	6	3	3	6	3	2	6
下行	3	6	6	3	3	6	3	2	6
时段	15:00-16:00	16:00-17:00	17:00-18:00	18:00-19:00	19:00-20:00	20:00-21:00	21:00-22:00	22:00-23:00	23:00-00:00
上行	3	3	6	6	3	3	3	2	2
下行	3	3	6	6	4	3	3	2	2

根据表5, 利用模型(4)(5), 可得约束条件下各时段的等时间发车间隔表(表6, 表7)

表6 约束条件下上行发车间隔表

时段	06:00-07:00	07:00-07:36	07:36-08:00	08:00-09:00	09:00-10:00	10:00-11:00	11:00-12:00	12:00-13:00	13:00-14:00	14:00-15:00
发车间隔(分)	20	9	8	10	20	20	10	20	30	10
时段	15:00-16:00	16:00-17:00	17:00-18:00	18:00-19:00	19:00-20:00	20:00-21:00	21:00-22:00	22:00-23:00	23:00-00:00	
发车间隔(分)	20	20	10	10	20	20	20	30	30	

表7 约束条件下下行发车间隔表

时段	06:00-07:00	07:00-08:00	08:00-09:00	09:00-10:00	10:00-11:00	11:00-12:00	12:00-13:00	13:00-14:00	14:00-15:00
发车间隔(分)	20	10	10	20	20	10	20	30	10
时段	15:00-16:00	16:00-17:00	17:00-18:00	18:00-19:00	19:00-20:00	20:00-21:00	21:00-22:00	22:00-23:00	23:00-00:00
发车间隔(分)	20	20	10	10	15	20	20	30	30

注释及参考文献：

- [1]全国大学生数学建模竞赛优秀论文汇编(1992-2000)[C].北京:中国物价出版社,2002.
[2]耿金花,尹涛,董刚.公交优化调度模型[J].青岛科技大学学报 2004,25(4):358-360.
[3]王明生,黄琳;闫小勇.探究城市公交客流移动模式[J].电子科技大学学报 2012,41(1):2-7.
[4]苏友富.基于车辆实时调度的公交优化措施研究[D].昆明理工大学 2009.

Some Mathematic Models for City Bus Dispatching

Taking the Eleventh Bus of Zhanjiang City for Example

YIN Hui-min, ZHAO Qi-xiong, LI Guan-rong

(School of Mathematics and Computational Science, Zhanjiang Normal College, Zhanjiang, Guangdong 524048)

Abstract: Some mathematic models for city bus dispatching are built by taking the eleventh bus of Zhanjiang city for example. With the traffic information, the eleventh bus dispatching is given by solving the mathematic models.

Key words: bus dispatching; mathematic model; optimization model

(上接28页)

Blowing-up Behavior for a Coupled Parabolic System with Variable Exponents

TANG Shu-qiao, SONG Shi-qin

(Dept. of Science, Bozhou Teachers College, Bozhou, Anhui 236800)

Abstract: The aim of this paper is to study the properties of nonnegative solutions of a coupled parabolic system with variable exponents. By using upper-lower solution method and eigenfunction method on it, the sufficient conditions for global existence and blow-up nonnegative solutions of the equation with homogeneous Dirichlet boundary condition are obtained.

Key words: variable exponent; parabolic system; global existence; blow-up.