

在高数中利用数学哲理性知识进行思维教学及人文教学

孟靖华

(忻州师范学院专科部 数学系,山西 忻州 034000)

【摘要】数学哲理性知识是蕴涵在数学学科的知识体系之中,具有哲学思想和哲学意义的数学知识。其在培养人们数学素养和数学能力方面具有不可或缺、极其重要的地位和价值。若在高数课程的教学过程中加深对数学哲理性知识的挖掘及体验、点拨,将提高学生的辩证逻辑思维能力,使其体验数学文化的魅力。

【关键词】数学哲理性知识;数学思维;哲学思维;辩证逻辑

【中图分类号】O13-4 **【文献标识码】**A **【文章编号】**1673-1891(2013)02-0143-03

数学哲理性知识是蕴涵在数学学科的知识体系之中,具有哲学思想和哲学意义的数学知识。数学的知识体系,也就其形式化逻辑体系一般不能直接显现数学哲理性知识,而数学哲理性知识往往是以极其隐蔽的形式内涵在其知识内容之中。因而数学哲理性知识往往也可以体现数学思想中最深层面的内容,因而是学生最难以体会和理解的知识,同时也是数学教学中最难以讲授的知识。

在传统的数学教学中,教师主要以传授数学知识或其逻辑体系为目标,重教学结果而忽视了知识产生的过程及数学知识中所蕴涵的数学思想。数学哲理性知识这一部分自然也就不被教师所看重。同时,由于受多年应试教育的影响,我国不少高中的数学教学依然以传授学生数学知识技能为宗旨。学生对所学的知识知其然不知其所以然。特别是近几年来,各高校扩招,师范类学生的生源质量下降,学生的数学基础减弱。加之公共课、教育类课时的增加,其学习高等数学的课时就不太充足,由于所教知识内容并没有删减,致使许多教师在课堂教学中为了赶进度而无暇顾及教学内容的哲理讨论。也就无法让学生体会到数学思想最深邃的内容。无法引导学生像数学家那样去思维,会让学生总是感受到“不停地学习却不知学为何用”。久而久之,他们所学的数学就成了解题方法和技巧的堆积,其解题也变得枯燥无味,从而逐渐失去了学习的兴趣。

数学家波尔达斯德莫林斯说过:“没有哲学固然难以得知数学的深度,然而没有数学,也同样无法探知哲学的深度,两者互相依存。”数学哲理性知识是数学思维和哲学思维的结合点,是形式逻辑思维与辩证逻辑思维的相互作用的产物。挖掘数学哲理性知识的数学活动过程本身就具有极好的思维训练价值,特别是关于数学思想方法的哲学思考更具有文

化的内涵,在培养人们数学素养和数学能力方面具有不可或缺、极其重要的地位和价值。然而数学哲理性知识以极其隐蔽的形式“藏”于数学知识体系之中,只有运用哲学中辩证的思维方法方可习之。本文仅就如何利用数学哲理性知识进行思维教学这一方面发表拙见,不妥之处,敬请各位同仁指正。

1 探究数学哲理性知识的工具

随着上世纪60年代起,数学观由静态转向动态,数学也由原来认为的数学知识的汇总转变为人类的一种创造性活动。由此数学教学也由原来的一味传授数学知识,重结果而轻过程,重数学技能的传授而轻数学思想的认知,转变为引导学生像数学家一样地去思维,学做数学而不是仅学数学,体会数学文化,培育理性精神。

初等数学即常量数学和高等数学即变量数学有着根本性的差别,常量数学以研究静止、孤立的现象为主要内容,而变量数学以研究变量间的关系和不规则的图形为主要内容。因而它看问题的立场、观点,解决问题的方法和手段就和初等数学有本质的不同。在常量数学中由于其研究内容是静止的,片面的,因而其研究的方式属形式逻辑的范畴,而变量数学中由于其研究方向的不同,因而其研究方法不应该是单一、静止的。而应该用联系的、运动的、变化的观点。其研究方式也就应变化为辩证的逻辑思维。毋庸置疑,形式逻辑是低级的思维规律,而辩证逻辑思维是高级的思维规律。后者是以前者为依托,是动态下的思维规律。

2 在高数中感受数学哲理性知识的方法

在高等数学的教学中遇到哲理性知识,如果能引导学生用辩证的思维方法来理解和学习数学,不仅能提高学生的学习兴趣,而且在学习数学知识的过程中学习到数学家探究问题与发现问题的思维方法,并能体会到数学的思维方法不仅适用于数学理论的生成

收稿日期:2013-03-07

作者简介:孟靖华(1978-),女,山西定襄人,忻州师范学院讲师,硕士,研究方向:数学教学。

和发现的研究,更能体会到数学是来源于生活实践、科学实验,并能指导、解决生活和科学中的问题。

2.1 “运动与静止”的辩证思维

辩证唯物主义认为运动是物质的固有的性质和存在的方式,是绝对的、无条件的,但是并不否认静止。它指出静止是从一定的关系上考察运动时,运动所表现出来的特殊情况,是相对的、有条件的。所以,静止是相对的,运动是绝对的,静止和运动是对立统一的。

例如极限的思想方法,贯穿于微积分的始终,它就是通过简单事物变化趋势考察复杂事物变化趋势的模型,微积分由起初的不严格到最后高度的严格化的“ $\varepsilon - N$ ”定义,其间经历了漫长的过程,在这个定义中不仅体现了人类文化在前进的轨迹,而且运动和静止达到了完全的统一。

所谓 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$: 如果对任意的 $\varepsilon > 0$, 总存在自然数 N , 当 $n > N$ 时, 不等式 $|a_n - A| < \varepsilon$ 恒成立, 就称数列 $\{a_n\}$ 的极限为 A , 记作 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$ 。

在此定义中 ε 具有确定性和任意性, 当 ε 取某一定值时, N 很容易求得, 此时, 一个动态的极限过程被定格成了一个静止的画面; 当 ε 取任意数值时, 随着 ε 取一系列的数值, 就得到了一系列静止的画面。而这一系列的画面就构成了一个运动的极限过程。

数列极限的刻画是由已知到未知, 从简单到复杂的思想而来, 在进行概念教学时若本着“做数学”而非“学数学”的思想, 将极限定义严格化的过程呈现在学生面前, 首先师生共同观察、归纳, 引导学生认知数列的运动趋势, 不断精炼、归纳、概括语言, 逐渐将自然语言转换成数学语言, 当 ε 取某一定值时, 一个动态的过程定格成了一个静止的画面, 学生对数列的运动趋势已由感性认知上升到了理性认知。若再将这一系列静止的画面进行迭加, 就呈现了数列的运动状态, 此时学生对数列极限定义中所体现运动和静止的关系已有所感悟, 若能更深一步的用“运动和静止”的辩证思维进行点拨, 同时配以课件展现, 将会直到“四两拨千斤”的作用。

概念的讲授过程已转化为学生通过“做数学”体会数学家的思维过程, 让学生在形象思维向抽象思维转化的同时又添以直观感受, 然后再将其哲理性让学生通过画面体验、感受、挖掘出来, 会让学生对定义的理解更加深刻。整个过程如行云流水学生参与到知识的产生过程, 主动构建知识并能亲身体验数学语言的使用, 同时利用辩证逻辑思维体会到了定义中运动和静止的完美统一, 感受到了数学美以及人类文化前进的轨迹进而感受到数学

的力量, 激发了学习数学和使用数学的信心。

2.2 “矛盾转化”的辩证思维

在哲学中, 矛盾转化是指矛盾双方走向自己的对立面, 是事物具体矛盾的解决, 然而矛盾的转化是有条件的。“曲”与“直”是一对矛盾, 曲线和直线形态有着本质的差别。一般而言, “直”要比“曲”易于计算、易于研究。哲学理论中, 一定条件下矛盾是可以互相转化。在积分的定义中“分割、求和、取极限”, 通过“分割”将曲线转化为一小段一小段的直线, 从而把曲边梯形的面积转化为若干个直边梯形的面积, 于是这若干个直边梯形的面积的和就可以近似表示为曲边梯形的面积, 再通过“取极限”这若干个直边梯形的面积的和就是曲边梯形的面积。“曲”与“直”这一对矛盾正是通过“分割、求和、取极限”的极限思想得以转化, 从而解决了初等数学中无法解决的问题。

与积分的定义相似, 在刘徽的割圆术: “以六觚之一面乘半径, 因而三之, 得十二觚之幂。若又割之, 次以十二觚之一面乘半径, 因而六之, 则得二十四觚之幂。割之弥细, 所失弥少, 割之又割, 以至于不可割, 则与圆合体, 而无所失矣。”中的“割之弥细, 所失弥少, 割之又割, 以至于不可割, 则与圆合体, 而无所失矣。”用圆内接无穷多边形来替代圆, 也正体现了“以直代曲”的微积分思想。

同样, 在讲解切线的概念时, 能辅以刘徽的割圆术或光在表面上的反射, 即通过椭圆一个焦点的光线, 经椭圆反射后, 其反射光会经过另一个焦点, 即光照射在椭圆上一点(记为 A) 处的反射效果与光照射在椭圆 A 点处的切线的反射效果完全相同, 在教学中可以利用几何画板将椭圆放大若干倍, 随着椭圆放大倍数的增加, 可以很明显地发现椭圆在点 A 附近的曲线段与椭圆在点 A 处的切线段拟合的越来越好, 直到完全重合。也正因为如此, 光照射在曲线段上与切线段上的效果是完全一致的。这也正反映了微积分中“以直代曲”的思想。

2.3 “事物是普遍联系”的辩证思维

辩证法认为事物是普遍联系的, 整个高数课程是一个有机的整体, 各部分概念之间排列有序且联系紧密。如: 微分和积分是一对互逆的概念, 是一对矛盾, 但最初从各自定义上看却看不出有何联系, 但微积分基本定理却沟通了定积分与原函数这两个概念之间的内在联系, 同时也证明了“连续函数一定存在原函数”这一基本结论, 并以积分的形式给出了 $f(x)$ 的一个原函数, 是微分和积分之间的桥梁。再如判别级数收敛的积分判别法把级数与积分联系起

来;格林公式把一类曲线积分与二重积分联系起来,高斯公式把一类曲面积分与三重积分联系起来等等,各个内容在概念上或在解决问题的可用的方法上都体现了其密切相关性。教学中如果把这种联系揭示出来,可让学生获得一种规律性的认识。

2.4 “用辩证的观点看待事物”的辩证思维

在辩证法中:看待任何事物都应应以运动的、变化的观点,而不应以绝对的观点。例如在概率和频率的关系问题中,概率是可以通过频率来得到的即概率的统计定义。在进行概率的统计定义的教学过程中,若仍能以“做数学”的理念,把活动引入课堂,让学生通过实验观察、探究、总结归纳出概率的统计定义,此时学生对概率的认识已由感性认识上升到了理性认识,明白可以通过实验得到随机事件发生的概率。然概率和频率之间的关系远非如此,此时若能引导学生用辩证的观点看待问题,利用实例,例如测量长度,分析测量值和真实值之间的关系,为何在实际生活可以用测量值替代真实值,从而引发学生对概率和频率之间辩证关系的思考,从而明白通过这种方法可以得到比纯理论计算多得多的随机事件的概率,然而这种方法最大的缺点就是得到的数值不准确。可这最大的缺点同时也是他价值所在,因为在现实生活中许多随机事件发生的概率是不容易甚至是无法得到的。概率的统计方法虽不一定能得到理论数值,单独能给研究提供可供操作的具体数值。

注释及参考文献:

- [1]华东师范大学数学系. 数学分析(上)[M].3版.北京:高等教育出版社,2001.
- [2]郑毓信.数学教育哲学[M].成都:四川教育出版社,1995.
- [3]张顺燕.数学的源与流[M].北京:高等教育教育出版社,2001.
- [4]高隆昌.数学及其认识[M].北京:高等教育教育出版社,2001.
- [5]王芳,汪晓勤. HPM视角下“导数几何意义”的教学[J].北京:高等教育教育出版社,2001.

To Conduct Thinking Teaching and Humanitarian Teaching Using the Knowledge of Mathematic Philosophy in Advanced Mathematics Education

MENG Jing-hua

(Xinzhou Teachers' College, Xinzhou, Shanxin 034000)

Abstract: The knowledge of mathematic philosophy is contained in the system of mathematical subject and it has the philosophy thoughts and meaning. It plays a very important role which is indispensable in cultivating the mathematical ability. If more emphasis is put on the exploration, experience and inspiration of the philosophy of mathematics knowledge in higher math curriculum, it will not only enhance students' logical thinking ability, but introduce them the real charm of mathematics culture.

Key words: The knowledge of mathematic philosophy; Mathematical thinking; Philosophical thinking; Dialectical logic

概率与频率之间的转化,反映了事物运动变化中动、静的相互转化,其思想方法本质上就是一种辩证逻辑思维,辩证逻辑思维就是把概念、推理、判断等均看作是运动变化着的,认为事物还在发展变化之中,概念也还在发展变化之中,它着眼于概念的内在运动及其转化,研究客观事物的内部矛盾和运动变化。

3 在教学中探究数学哲理性知识的价值

世间万物都处在联系和不断变化之中,不可以静止的、孤立的、片面的观点看待事物。在数学中尤其如此,矛盾的双方相辅相成,相互转化,变量数学中对变化的动态的考察是通过静态的描述来加以表达,而且到处充斥着矛盾运动,蕴涵着丰富的辩证法,只有灵活地运用辩证法这一思想武器,才能领会到数学的真谛,领悟到深刻的哲学思想和辩证哲理。

数学是研究思维的学科,思维是数学的灵魂,数学教育应更侧重于引领学生,教会学生如何思维,如何哲学的思考,如何通过计算更有效的思维,更有说服力地指导生活。

数学不仅是一门知识体系,一门学科,一种技能,它还是一种思想方法、一种文化。在数学的哲理性知识里不仅有哲学的思想,还有数学所特有的思维方式。探究数学的哲理性知识,在课堂教学中融入哲学的思考可以让学生体会数学里的辩证思维,克服学生只注重数学知识而不重视数学思想方法的倾向。引领学生领略数学家解决数学问题的智慧,培养其辩证逻辑的能力,将数学的精神和内涵应用到生活中去。