

城市表层土壤重金属污染扩散模型

曹秋秋, 朱成, 赵新宇
(宿迁学院, 江苏 宿迁 223800)

【摘要】首先利用MATLAB软件绘制出该区8种重金属浓度的等高线图, 得出土壤中重金属的空间分布。然后采用尼梅罗综合污染指数法评价土壤重金属各要素的污染程度, 得出5个类区8种重金属的污染等级。分析重金属污染物的传播特征, 建立微分方程扩散模型, 最后确定污染源的位置。

【关键词】土壤; 重金属; 扩散; 尼梅罗污染指数; 偏微分方程

【中图分类号】X53 **【文献标识码】**A **【文章编号】**1673-1891(2012)03-0020-04

由于城市经济的快速发展以及城市人口的不断增长, 人类活动对城市环境质量的影响越来越明显。对城市土壤地质环境异常的调查, 以及如何应用调查获得的海量数据资料开展城市环境质量评价, 研究人类活动影响下城市地质环境的演变模式, 越来越受到人们的关注。

土壤地质环境的异常主要是由于重金属的污染造成的, 因此对土壤重金属研究不仅能反映土壤的污染程度, 而且能反映区域生态环境质量。为此, 对某城市城区土壤地质环境进行调查, 分析城市表层土壤重金属污染程度。调查的城区为生活区(1类区)、工业区(2类区)、山区(3类区)、主干道路区(4类区)及公园绿地区(5类区)等, 采集了以下数据信息: 采样点的位置、海拔高度及其所属功能区, 8种主要重金属元素在采样点处的浓度等信息。通过分析数据, 得出主要重金属元素在该城区的空间分布与污染程度, 分析重金属污染物的传播特征, 建立模型, 从而确定污染源的位置。

1 土壤重金属空间分布与污染程度

为了得到功能区与海拔这两者与重金属的关系, 利用MATLAB软件绘出该区8种重金属浓度的等高线图(下面仅以Zn、Cd两种金属为例), 并标注出了各类区的采样点的空间分布, 可以大致直观看出5个区的各重金属污染的程度(星号表示1类区, 圆圈示2类区, 方框表示3类区, 点表示4类区, 三角形表示5类区)。

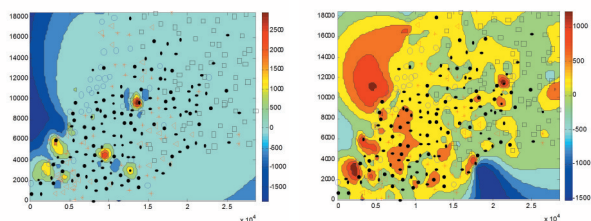


图1 Zn在该城区的浓度分布

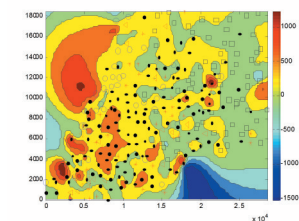


图2 Cd在该城区的浓度分布图

从图1、2中可以看出, 重金属锌在生活区、工业区和主干道区分布较多, 在该城区污染面积相当大; 镉的污染主要是在主干道区和工业区, 其他区污染不严重。

其它六类金属的污染程度及空间分布如下: 重金属铬在生活区、主干道路区分布较多, 其他地区基本没有; 重金属铜在工业区的特定的点污染相当严重, 生活区、主干道区也有一定的污染, 但区域不是很多; 重金属汞在主干道区、生活区污染比较严重, 在公园绿地区和工业区也有所分布但不是很多, 其他地区基本没有; 重金属镍在各区均有分布, 但是污染程度不是很高; 重金属铅在工业区、生活区、主干道区分布较多, 铅在该城区污染面积不是很大; 重金属砷主要分布在主干道, 其次是生活区, 污染严重的地区都在主干道。

为了更准确的分析该城区内不同区域重金属的污染程度, 采用较为广泛的尼梅罗综合污染指数法。

先求单因子指数, 指数 $P_i = C_i / S_i$, 其中 C_i 为第 i 个监测点上土壤重金属含量的实测值, S_i 为土壤重金属含量的评价标准取值, 即为背景值。

尼梅罗综合污染指数法

$$P = \sqrt{(P_{i\text{平均}})^2 + (P_{i\text{最大}})^2} / 2$$

其中 $p_{i\text{平均}}$ 为土壤重金属所有单项污染指数的平均值, 为 $p_{i\text{最大}}$ 重金属单项污染指数中的最大值)。

评价土壤重金属各要素的污染程度, 对各类区的污染程度进行了量化, 得出污染综合评价表。最终得出5个类区8种重金属的污染等级。

2 重金属污染传播特征

所谓土壤重金属污染, 是指由于人类活动, 土壤中的微量有害元素在土壤中的含量超过背景值, 过量沉积而引起的含量过高, 统称为土壤重金属污染。污染土壤的重金属主要包括汞(Hg)、镉(Cd)、铅

收稿日期: 2012-07-05

作者简介: 曹秋秋(1991-) 女, 江苏南通人, 宿迁学院2009级数学与应用数学专业学生。

表1 各类区的污染程度

重金属	As	Cd	Cr	Cu	Hg	Ni	Pb	Zn
1类区	2.5642	5.8962	17.054	13.591	11.27	2.1604	10.892	29.751
2类区	4.5256	6.3175	6.627	135.62	273.05	2.6541	10.142	16.905
3类区	2.3002	2.3668	4.0525	3.814	4.2589	4.3476	2.7273	2.4719
4类区	6.0234	9.0225	21.046	73.189	323.37	8.2545	4.3859	38.621
5类区	2.6032	5.7798	2.4112	7.8454	27.157	1.8898	5.3686	14.326

表2 5个类区8种重金属的污染等级

居民区	工业区	山区	公园绿地区	主干道路区
轻度污染	重度污染	轻度污染	轻度污染	中度污染

(Pb)、铬(Cr)、砷(As)及有一定毒性的锌(Zn)、铜(Cu)、镍(Ni)。重金属一般不易随水淋滤,土壤微生物不能分解,但能吸附于土壤胶体、被土壤微生物和植物所吸收,因而重金属污染一旦污染土壤,再通过土壤中的迁移转化及金属本身的化学特性,就很难彻底从土壤中消除。

汞(Hg)的污染特征:元素汞基本无毒,但是各种汞化合物的毒性却不容小视。土壤中汞的氧化还原,可从土壤中挥发进入大气环境,被植物的根系和叶片吸收,并随着土壤温度的升高,其挥发的速度加快;土壤中的胶体对汞有强烈的物理吸附和离子交换吸附作用,从而使汞及其他微量重金属从被污染的水体中转入土壤固相;二甲基汞 $[(CH_3)_2Hg]$ 的挥发性较强,而被土壤胶体吸附的能力相对较弱,因此二甲基汞较易进行气迁移和水迁移。

镉(Cd)的污染特征:镉是银白色有光泽的金属,对生物机体的毒性像大多数其他重金属那样通常与抑制酶系功能有关。人体的镉中毒主要是通过消化道与呼吸道摄取被镉污染的水、食物和空气而引起的。镉的污染主要来源于铅、锌、铜的矿山和冶炼厂的废水、尘埃和废渣,电镀、电池、颜料、塑料稳定剂和涂料工业的废水、农业上施用磷肥等。由于土壤的吸附作用很强,镉几乎不发生向下的再迁移,因而累积于土壤表层,但是在降水的影响下,土壤表层的镉的可溶态部分随水流动就可能发生水平迁移,进入界面土壤和附近的河流或湖泊而造成次生污染;另外土壤中的镉非常容易被植物所吸收。土壤镉污染的一个重要特点是其与铅、铜、锌、砷及铬等相比较,土壤中镉的环境容量要小得多。

铅(Pb)的污染特征:铅是一种银灰色质软的重金属,土壤中铅的污染主要来自大气污染中的铅沉降和铅应用工业的“三废”排放,主要是通过空气、水等介质形成的二次污染。植物吸收的铅是土壤

溶液中的可溶性铅,绝大多数积累于植物根部,转移到茎叶、种子中的很少。植物除通过根系吸收土壤中的铅以外,还可以通过叶片上的气孔吸收污染空气中的铅。

铬(Cr)的污染特征:土壤中铬的污染主要来源于铁、铬、电镀、金属酸洗、皮革鞣制、耐火材料、铬酸盐和三氧化铬工业的“三废”排放及燃煤、污水灌溉或污泥施用等。进入土壤中的铬主要残留积累于土壤表层,由于铬在土壤中多以难溶性且不能被植物所吸收利用的形式存在,因而铬的生物迁移作用较小。

砷(As)的污染特征:砷和砷化物一般可通过水、大气和食物等途径进入人体,造成危害。砷主要来自工业生产及含砷农药的使用、煤的燃烧,另外砷和含砷金属的开采、冶炼,用砷或砷化合物作原料的玻璃、颜料、原药、纸张的生产以及煤的燃烧等过程,都可产生含砷废水、废气和废渣,对环境造成污染。

3 土壤中重金属的扩散模型与污染源确定

从各重金属浓度在城区的分布图可以看出重金属传播是由污染源向外扩散的,如圆形扩散。

记 $(k, j) = (x_k, y_j)$, $u(k, j) = u(x_k, y_j)$, $f_{k,j} = f(x_k, y_j)$, 其中 k :网格点的横坐标, j :网格点的纵坐标, $u(k, j)$:网格点 (k, j) 处的重金属浓度。

对正则内点 $(k, j) \in \Omega^0$,且 $\lim_{x \rightarrow \infty} u(x, y) = 0$, $\lim_{y \rightarrow \infty} u(x, y) = 0$;由二阶中心差商公式(点 (k, j) 处)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u(k+1, j) - 2u(k, j) + u(k-1, j)}{h^2} + O(h^2)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{u(k, j+1) - 2u(k, j) + u(k, j-1)}{\tau^2} + O(\tau^2)$$

$$\text{因为 } \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(k+1, j) - u(k, j)}{h}, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u(k, j+1) - u(k, j)}{\tau}$$

(汉字和公式对齐),其中 h :两网格点的横向间距, τ :两网格点的纵向间距。

假设重金属污染达到了稳定状态,则重金属以圆形扩散的偏微分模型

$$D_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

可以认为 x 轴方向和 y 轴方向的扩散系数相同,所以模型化简为 $D_x = D_y$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

进而化为如下微分方程:

$$D_x \frac{u(k+1,j) - 2u(k,j) + u(k-1,j)}{h^2} + D_y \frac{u(k,j+1) - 2u(k,j) + u(k,j-1)}{\tau^2} = 0$$

由于 $h = \tau = 1$,所以化为

$$u(k+1,j) - u(k-1,j) - u(k,j+1) - u(k,j-1) + 4u(k,j)$$

找出该区某重金属浓度最高的地理位置,以它为中心找其周围其它样点的浓度,综合分析此区域的污染情况最终确定污染源。

步骤一:由于每个取样点的地理位置并不是都在网格点上的,所以将每个区域采样点用它所在网格区域左下角的网格点来代替(取整来实现)。

步骤二:以某重金属浓度最高的地理位置为中心,向 x 轴,y 轴的递增和递减方向各平移 5 个单位长度,利用五点菱形迭代格式找出中心其他点的坐标(如图 3 所示)使其覆盖整个污染源。

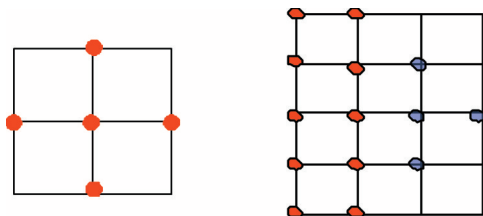


图3 五点菱形迭代格式

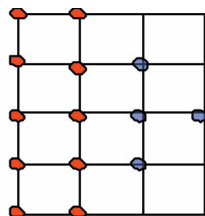


图4 多点菱形迭代格式

右边一个用左边四个进行迭代,即从左向右由左边的两列迭代出下一列,但是考虑到迭代是以菱形进行的,所以进行一次迭代所得出的列上的样点的个数就会比前面两列的少两个,如图 4 所示,因此扩大取样点的范围,在 y 的方向上上下下平移 10 个单位,从而覆盖整个污染源。

以该城区重金属 Zn 的扩散为例取整得到的 Zn 浓度等值线图。

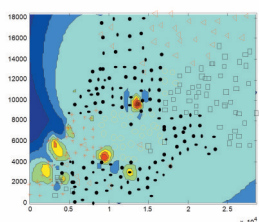


图5 城区 Zn 浓度图

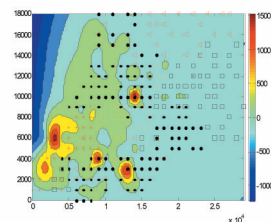


图6 对采样点坐标

通过五点菱形迭代,得出 A 点 Zn 的浓度为 149.11,与 B[浓度最高点,原始坐标(13797,9621)]点相比,浓度特别低,且其与周围几点浓度接近,故可推测出污染源在 B 点周围,设其范围是以 B(13797,9621)点为圆心,0.5km 为半径的圆域。同理可推测出 C[原始坐标(12696,3024)],D[原始坐标(9328,4311)],E[原始坐标(3299,6018)]也是污染源的圆心,以其点为圆心,半径为 0.5km 的圆域。其他重金属元素污染源的确定方法与此方法相同,经计算 As 的污染源心是(3299,6018)、(1068,55528)、(2383,3692)、(22193,12185);Cd 的污染源心为(21439,11383)、(2708,2295)、(2383,3692)、(3299,6018)、(4153,2299)、(6395,10433);Cr 的污染源中心为(3299,6018)、(10685,5528)、(2383,3692)、(22193,12185);Cu 的污染源心为(2383,3692)、(3299,6018);Hg 的污染源心为(2708,2295)、(13694,2357)、(15248,9106);Ni 的污染源心(3299,6018)、(22193,12185)、(24153,12450)、(13797,9621)、(10856,14727);Pb 的污染源心为(4777,4897)、(1647,2728)、(14173,11941)、(8045,3052)、污染源是以这些污染源心为圆心半径为 0.5km 的圆域。

考虑到并不是每个污染源都是圆形扩散的,有时会受一些因素的影响而呈图 7 模式扩散。

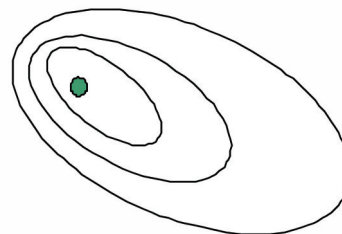


图7 椭圆型污染扩散模式

假设是由左上角由风吹造成的,将风速分解 x 方向速度为 V_x ,y 方向速度为 V_y ,设 $D_x = D_y$ 的偏微分方程模型为

$$D_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - V_x \frac{\partial u}{\partial x} - V_y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

$$\text{因为 } \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u(k+1,j) - u(k,j)}{h}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u(k,j+1) - u(k,j)}{\tau},$$

$h = \tau = 1$,所以

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u(k+1,j) - u(k,j), \quad \frac{\partial u}{\partial y} = u(k,j+1) - u(k,j),$$

$$D_x [u(k+1,j) - 2u(k,j) + u(k-1,j)] + D_y [u(k,j+1) - 2u(k,j) + u(k,j-1)] - V_x [u(k+1,j) - u(k,j)] - V_y [u(k,j+1) - u(k,j)] = 0$$

此时有三个系数需要确定,可以先根据图形中找出污染源的大概位置,找出污染源附近的一些测量样本点,将这些数据代入迭代方程,可以得到多

个含有三个参数的线性方程,将其连列成线性方程组,该线性方程组应该是一个无解方程组,利用最小二乘法求出三个参数的最优解,然后将三个参数代入迭代方程,用其求解未采样点的数据,求出全部数据后,根据数据得到哪些数据所在样本区是污染源。

4 结束语

本文利用MATLAB软件绘制出该城市城区8种

重金属浓度的等高线图,由等高线直观看出土壤中重金属的空间分布。为了从量上分析污染程度,然后采用通用单项指数和尼梅罗综合污染指数法,评价土壤重金属各要素的污染程度,得出5个类区8种重金属的污染等级:居民区、山区和公园绿地轻度污染,主干道区中度污染,工业区重度污染,这些结论与现实比较吻合。最后利用微分方程扩散模型,确定污染源的位置。

注释及参考文献:

- [1]2011 高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目(A题)[EB/OL].<http://www.mcm.edu.cn>.2011 09 14
- [2]赵静,但琦.建模与数学实验(第3版)[M].北京:高等教育出版社,2008.
- [3]许金朵.基于GIS的金华市区土壤重金属含量空间分布与污染评价研究[D].南京师范大学,2008.
- [4]周品,何正峰.MATLAB数值分析[M].三河市:机械工业出版社,2009.
- [5]李珍萍等.数学建模论文集[M].北京:国防工业出版社,2010.
- [6]朱道元,韦明俊.数学建模—方法指导与案例分析[M].杭州:浙江大学出版社,2011.

The Model of Heavy Metals Pollution Diffusion on City Surface Soil

CAO Qiu-qiu, ZHU Cheng, ZHAO Xin-yu
(Suqian College, Suqian, Jiangsu 223800)

Abstract: Firstly, using the MATLAB software to map out the contour map of eight heavy metals concentration, we conclude the spatial distribution of heavy metals in soil, then adopt the Nemerow comprehensive pollution index method to evaluate soil heavy metals pollution degree of each factor and know the five kind of areas and pollution level of eight heavy metals. We analysis the propagation characteristic of heavy metal pollutants, build a set of differential equations diffusion model, and finally determine the position of the pollution sources.

Key words: Soil; Heavy metals; Diffusion; The Nemerow pollution index; Partial differential equation