

# 关于一个电势参考点选取问题的分析

方志聪

(西昌学院,四川 西昌 615013)

**【摘要】**本文分析了一个电势参考点选取问题,即在同一个物理系统中,先选一点为参考点建立基本关系式,再选另一点为参考点得到所需结果,选用不同的参考点,并不改变电势表达式中变量项的形式,因而不影响电场的分布。

**【关键词】**电势;参考点;变量项

**【中图分类号】**O441.1 **【文献标识码】**A **【文章编号】**1673-1891(2011)02-0025-02

## 1 引言

由于静电场的无旋性,可以引入一个标势来描述它,电场强度  $E$  是矢量,电势  $\varphi$  是标量,先讨论  $\varphi$ ,再由  $E = -\nabla\varphi$  来讨论  $E$ ,这会带来许多方便。也因静电场的无旋性,故把电荷由  $P$  点移至  $P_0$  点时电场对它所做的功与路径无关,因而把单位正电荷由  $P$  点移至  $P_0$  点时电场  $E$  对它所做的功定义为  $P$  点和  $P_0$  点的电势差<sup>[1,2]</sup>:

$$\varphi(P) - \varphi(P_0) = \int_P^{P_0} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (1)$$

由此定义,只有两点的电势差才有物理意义,一点上的电势的绝对数值是没有物理意义的。通常选取某个参考点,规定该点的电势为零,这样,整个空间的电势就单值地确定。而参考点的选择是任意的,在电荷分布于有限区域的情况下,常选无穷远点为参考点,如  $P_0 \rightarrow \infty$ ,令  $\varphi(P_0) = 0$ ,则:

$$\varphi(P) = \int_P^{\infty} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (2)$$

由此可根据点电荷激发的电场强度计算出它的电势为:

$$\varphi(P) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (3)$$

对于给定的电荷分布,由电场的叠加性可知,电势  $\varphi$  满足叠加原理,故连续分布的电荷在场点处的电势为:

$$\varphi(P) = \int_V \frac{\rho(\mathbf{x}')dV'}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (4)$$

## 2 电势计算

求均匀带电的无限长直线(电荷线密度为  $\tau$ )的电势,可先在导线上选取电荷元  $\tau dz$ ,电荷元到距直线垂直距离为  $R$  的  $P$  点处的电势由(3)式可得:

$$d\varphi(P) = \frac{\tau dz}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{z^2 + R^2}} \quad (5)$$

根据电势  $\varphi$  满足叠加原理, $P$  点电势为:

$$\varphi(P) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tau dz}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{z^2 + R^2}} \quad (6)$$

但是,该积分结果是无穷大,处理的办法是计算  $P$  和  $P_0$ (距导线垂直距离为  $R_0$ )两点的电势差,这

不会出现无穷大,则  $P$  和  $P_0$  两点的电势差为<sup>[3]</sup>:

$$\varphi(P) - \varphi(P_0) = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R}{R_0} \quad (7)$$

此时,若再选取  $P_0$  点为参考点,  $\varphi(P_0) = 0$ ,则  $P$  点电势为:

$$\varphi(P) = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{R}{R_0} \quad (8)$$

## 3 电势参考点的选取疑问

问题在于:(5)式由(3)式所得,基础是(2)式,是选取无穷远点为参考点,根据叠加原理得到的(6)式也同样是选取无穷远点为参考点,由于积分发散,才计算  $P$  和  $P_0$  两点的电势差,所得(7)式也是以无穷远点为参考点,再选取  $P_0$  点为参考点,才得到(8)式,故(5)式和(8)式参考点的选取是不同的。

对同一系统,先选一点为参考点建立基本关系式,后又再选另一点为参考点得到所需结果,建立的基础与结果选用了不同的参考点,这样做合理吗?这似乎有点问题,但这样做是可以的,实际上也是正确的。

## 4 分析

由(1)式可知,若选取  $P_0$  点为零电势参考点,则  $P$  点的电势为:

$$\varphi(P) = \int_P^{P_0} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (9)$$

若选取  $P_0$  点为零电势参考点,则  $P$  点的电势为:

$$\begin{aligned} \varphi(P) &= \int_P^{P_0} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \\ &= \int_P^{P_0} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \int_{P_0}^{P_0} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \\ &= \int_P^{P_0} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + C \end{aligned} \quad (10)$$

$P_0$  点和  $P_0$  点是两确定点,把单位正电荷由  $P_0$  点移至  $P_0$  点时电场  $E$  对它所做的功是确定的,故(10)式中的积分项  $\int_P^{P_0} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$  为确定值,故选取  $P_0$  点还是  $P_0$  点为电势参考点只相差一个常数  $C = \int_{P_0}^{P_0} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$ ,该项是一常数项。

对静电场  $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ ,所以  $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$ ,若  $\varphi'$  与  $\varphi$  相差一个常数  $C$ ,即  $\varphi' = \varphi + C$ ,则  $-\nabla\varphi' = -\nabla(\varphi + C) = -$

$\nabla \varphi = E$ , 可见这并不影响电场的分布, 这说明  $\varphi$  的选择不唯一, 可以相差一个常数, 但只要知道  $\varphi$ , 即可确定  $E$ 。而由(9)和(10)式可知, 两式的本质是变量项  $\int_p^{p_0} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$  的形式是一致的, 即电势随空间变化的规律没被改变, 从几何图形上讲, 也就是  $\varphi$  的曲线形状不变, 因而不影响电场的分布<sup>[4]</sup>。

根据以上分析, 不同参考点的选取只改变一常数, 并不改变电势的变化规律, 只有两点间的电势差才有物理意义, 一点上的电势的绝对数值没有物理意义, 电荷若分布在有限区域时, 通常选无穷远为电势参考点, 电荷分布在无限区域, 若积分为无穷大, 则不能选无穷远点作参考点, 可选其它点为参考点, 至于参考点的选取不同, 会使电势的表达式的繁简不同, 如何选取恰当的参考点, 才能使电

势的表达式具有最简单的形式, 要具体情况具体分析。

还可推广到若干个带电体产生的场的计算, 可先求这些带电体产生的电势, 而不同带电体的电势可选不同的参考点, 只要能得出各自电势的变化规律, 即(10)中的变量项  $\int_p^{p_0} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$  即可, 叠加后的结果是各自变量项之和加上一常数项, 常数项会因各自参考点的选取不同而不同, 若非专门讨论电势的变化, 该常数项的具体形式可以不具体求出, 可以根据  $E = -\nabla \varphi = E$  求出  $E$ , 它只与变量项有关。需要注意的是, 在这里我们是假定带电体的电荷分布给定的情况, 实际中电场和电荷是互相制约的, 最后达到平衡静止状态, 因而感应电荷的分布不一定能简单得出。

**注释及参考文献:**

- [1]赵凯华, 陈熙谋. 电磁学(第二版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1985: 73-79.
- [2]谢处方, 饶克谨. 电磁场与电磁波(第四版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 90-920.
- [3]郭硕鸿. 电动力学(第二版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1997: 49-56.
- [4]王忠亮, 封小超. 电磁学讨论[M]. 成都: 四川教育出版社, 1988: 53-60.

## An Analysis of the Choice of the Reference Points for an Electric Potential

FANG Zhi-cong

(Xichang College, Xichang, Sichuan 615013)

**Abstract:** This paper analyzes the choice of reference points for electric potential, namely choosing one point as the reference point to establish a basic relational expression and choosing another point within the same physical system as the reference point to get another result. The results show that the choice of different reference points does not change the form of the variable in the electric potential expression, hence not the distribution of the electric field either.

**Key words:** Electric potential; Reference point; Variable