可再生资源的一个寡头博弈模型及其均衡分析

喻朝阳
(西昌学院,四川 西昌 615013)

【摘 要】本文就具有固定自然增长率的资源市场,在需求函数与单位生产成本函数都为线性的条件下建立可再生资源的多寡头博弈模型,讨论对应的市场均衡策略的均衡方程,研究资源市场均衡路径上资源总储量与资源总供给的长期定性增长行为。数理分析结果表明,尽管资源是可再生的,但是不注重长期经济利益的资源开发策略必将使资源最终耗尽;而注重长期经济利益的策略选择会使得资源获得一定的持续增长从而可持续发展。

【关键词】可再生资源;寡头博弈;均衡路径;资源耗竭
【中图分类号】F224 【文献标识码】A 【文章编号】1673-1891(2010)02-0030-05

1 引言

人类可利用的自然资源一般可区分为两类。一类是终将耗尽的不可再生资源,一类是在合理的开发利用范围内可持续发展的可再生资源。无论是不可再生还是可再生的资源,其开发利用都要进行优化配置,数学上可以在最优化理论的框架内进行研究。关于可再生资源优化配置的问题,前人[1-5]主要研究了一个决策主体的最优控制问题,也就是仅考虑资源市场上只有一个资源供给者的情形,或者说研究资源总量的宏观优化问题。但用寡头竞争的博弈理论研究可再生资源的工作不多见。

资源寡头竞争理论主要研究在资源储量约束下,为了达到资源的优化配置,各生产寡头如何选择资源开发的时间路径。因为寡头的竞争和博弈是在有限或者无限的时间区间上进行的,其数学模型可以建立成动态微分博弈,每个参与人关于资源开发路径的最优选择都是一个最优控制问题。当每个寡头都拥有自己的资源时,有N个参与人就由N个相互制约的最优控制问题,而且都含有资源储量的状态方程约束,这些使得资源寡头竞争博弈模型的一般分析较为困难。特别是对于可再生资源,资源储量状态方程较不可再生资源复杂,使得在动态微分博弈的框架内对其进行研究更具有难度。但是当资源的单位生产成本固定时,不可再生资源的寡头博弈模型的分析变得易于处理,这方面的研究工作已有一些进展[6-8]。

本文用寡头竞争理论的方法研究可再生资源的寡头均衡路径。在一些较特殊的假设条件下,建立了一个可再生资源的寡头博弈模型,获得了资源储量总量和市场总供给满足的微分动力系统。于是可以从数理上研究资源储量总量和市场总供给的均衡特征,研究在均衡路径上可再生资源的长期定性行为:终将耗尽还是获得一定的增长而可持续发展。

2 多寡头博弈模型

假设市场上有N(N≥2)个生产寡头开发生产同一种资源,每个生产者拥有自己的初始资源储量。该资源的市场逆需求函数已知,并取线性形式$p(q)=\bar{p}-q$,其中p是资源的市场价格,q是资源的市场需求量,$\bar{p}$是资源市场的最高价格(瓶颈价格)。假设生产者的单位生产成本与当期的资源储量有关,资源储量越少生产成本越大。每个生产者有相同的单位生产成本函数$\tilde{c}(\tilde{x})$,$\tilde{c}(\tilde{x})$也取线性形式,$\tilde{c}(\tilde{x})=c_0-c\tilde{x}$,其中$\tilde{x}$为现有的资源储量。定义$\bar{x}$使得$\tilde{c}(\bar{x})=\bar{p}$,即$c_0-c\bar{x}=\bar{p}$。令$x=\tilde{x}-\bar{x}$,便可以得到$\tilde{c}(\tilde{x})=\bar{p}-cx$。显然当生产成本高于市场最高价格$\bar{p}$时,生产者不会有任何资源供给(因为此时的资源供给没有任何正的利润)。也就是说当$x<\bar{x}$时,生产者的资源市场供给为零。鉴于此,不妨称变换$x=\tilde{x}-\bar{x}$中的x为生产者的可供资源储量或有效资源储量。因为生产者的可供资源储量x对应了资源总储量$\tilde{x}$,所以x对应了单位生产成本$c(x)=\tilde{c}(\tilde{x})=\bar{p}-cx$。后文的资源储量概念就是指变换后的有效资源储量$x$。

考虑资源可再生的情形。为了分析的简便,假设资源具有固定的自然增长率,即有资源的自然增长方程:$\dot{x}=\kappa x$,其中点表示变量对时间的导数,κ表示资源的自然增长率。记生产者在时刻t的资源开发生产量为q_t(不引起混淆时,简记为q),则有资源储量满足的微分方程

$$\dot{x}=\kappa x-q \tag{1}$$

因为都是同一种自然资源,也不妨认为资源的自然增长率对每个资源拥有者是相同的。所以方程(1)是所有生产者决策时依据的约束条件。

收稿日期:2010-05-07
作者简介:喻朝阳(1971-),男,讲师,主要从事数学与应用数学研究工作。

现在考虑每个生产者决策行为。假设生产者i的初始资源拥有量为R_{u},计划在无限时间域[0,∞]上对资源进行开发并投放市场。每个生产者都是理性经济人,都知道自己的利益以及其他生产者的利益由自己及其他生产者的生产行为相互决定。每个生产者都要把各自资源的生产开发合理地在时间域上进行优化配置,即每个生产者都要最大化自己在[0,∞)上的贴现利润。生产者i在时刻t的资源开发率设为q_{it},贴现因子设为θ,θ>0。注意到当生产者i的资源储量为x_i时,其单位净利润为$\pi=p(q)-c(x_i)=cx_i-q$,其中q是市场的资源供应总量,$q=\sum q_i$。那么i的资源开发策略q_{it}的选择就是求解最优化问题(不引起混淆时,q_{it}也用q_i表示。其它所有时间依存变量都类似标记,不再说明)

$$\max_{q_i}\int_0^{\infty}e^{-\theta t}(cx_i-q)q_i dt \tag{2}$$

$$\text{s.t. } \dot{x}_i=\kappa x_i-q_i,\ x_i(0)=R_i \tag{3}$$

$$q_i\geqslant 0, \tag{4}$$

$$x_i\geqslant 0. \tag{5}$$

$$i=1,2,\cdots N$$

这是一个N参与人的动态微分博弈模型,下面研究它的均衡路径和均衡特征。

3 均衡条件

给定其余生产寡头的均衡策略选择$q_{jt}(j\neq i)$,生产者i的均衡策略选择就是要求解i的最优控制系统(2)~(5)。也就是说视$q_{jt}(j\neq i)$为已知函数,求解i在[0,∞)上的最优控制函数q_{it}。笔者主要关注内点均衡解,即$q_i>0, x_i>0$,约束条件(2.3)、(2.4)变成松约束。系统(2)~(5)的Hamilton函数则可以定义为$H^i=(cx_i-q)q_i+\lambda_i(\kappa x_i-q_i)$,$\lambda_i$是状状态约束方程(3)的协态变量。博弈均衡的内点解由下面的最优性条件(6)和欧拉方程(7)刻画:

$$\frac{\partial H^i}{\partial q_i}=-q_i+cx_i-q-\lambda_i=0 \tag{6}$$

$$\dot{\lambda}_i=-\frac{\partial H^i}{\partial x_i}+\theta\lambda_i=-cq_i+\lambda_i(\theta-\kappa) \tag{7}$$

将(6)中λ_i的导数代入到(7)式,并注意到状态方程$\dot{x}_i=\kappa x_i-q_i$,即可得到

$$\dot{q}_i+\dot{q}=(\theta-k)(q_i+q)+c(2k-\theta)x_i$$

$$i=1,2,\cdots,N \tag{8}$$

式(8)中的N个方程便确定了博弈的均衡策略$(q_1,q_1,\cdots,q_N)$。将其求和后得到市场总量均衡方程

$$\dot{q}=(\theta-k)q+\frac{c(2k-\theta)}{N+1}x \tag{9}$$

其中$x_t=\sum_{i=1}^{N}x_{it}$是时刻t时N个生产寡头的有效资源储量总量,显然有$\dot{x}=-q+\kappa x$ (10)

方程(9)和(10)便构成了市场总量均衡路径满足的动力系统。这是一个简单的线性系统,其动力学行为由参数θ、κ和c确定。参数c与单位生产成本有关;参数κ是资源的自然增长率;参数θ是贴现因子,反映了决策者对时间的偏好。θ取值越大,贴现率越高,决策者越偏好近期经济利益。因此,当θ取值较大时,称相应的决策是近期利益主义的;当θ取值较小时,相应的决策是长期利益主义的。一个直观的结论是,如果资源的自然增长率很低,而决策者的生产行为又是近期利益主义的,那么尽管资源是可再生的,但是因为生产者近期的过度开发,资源最终会耗尽。相反,资源可能不会被耗尽而保持适度的增长。本文就是针对此问题建立数学模型并借助于模型从数理上进行解释和验证。

4 均衡特征分析

笔者关心较低的资源增长率情形,假定$\kappa<\frac{c}{N+1}$于是关于系统(9)~(10),首先有

性质1 当$\theta>\frac{\kappa(\kappa-2c/(N+1))}{\kappa-c/(N+1)}$时,(0,0)是系统的鞍点;当$\theta<\frac{\kappa(\kappa-2c/(N+1))}{\kappa-c/(N+1)}$时,(0,0)是系统的发散结点。

证明 显然(0,0)是系统(9)~(10)的平衡点,且对(9)~(10)的系数矩阵

$$J=\begin{bmatrix}\theta-k & \frac{c(2k-\theta)}{N+1}\\ -1 & \kappa\end{bmatrix}$$

容易计算其特征值为

$$r_{1,2}=\frac{1}{2}\left(\theta\pm\sqrt{\theta^2-4\left((\theta-\kappa)\kappa+\frac{c(2\kappa-\theta)}{N+1}\right)}\right)$$

当$\theta>\frac{\kappa(\kappa-2c/(N+1))}{\kappa-c/(N+1)}$时,

可得$(\theta-\kappa)\kappa+\frac{c(2\kappa-\theta)}{N+1}<0$,从而系统具有一个正特征值和一个负特征值,所以(0,0)是系统的鞍点。而当$\theta<\frac{\kappa(\kappa-2c/(N+1))}{\kappa-c/(N+1)}$时,系统具有两个正的或两个具有正实部的特征值,(0,0)是系统的发散结点。证毕。

该性质表明,反映决策者时间偏好的贴现因子θ取值的高低对资源市场均衡路径会产生不同的重要影响。当决策者具有长期理性(注重长期利益,贴现率较低)时,(0,0)是系统的发散结点,从而当时间趋于无穷时,资源储量x和资源供给量q都不会趋于零,而是获得一定的持续增长。当决策者是

近期理性行为人(注重近期经济利益,贴现率较高)时,(0,0)是系统的鞍点。这时系统有一条正向趋于(0,0)的稳定轨,也有一条正向远离(0,0)的发散轨。此时,资源的储量和供给量是增长还是趋于耗尽,数学上的结论都是可能的。但是我们下面将证明,此时模型的均衡路径一定位于系统的稳定轨,从而$(q,x)\to(0,0)$,有效资源将最终耗尽。下面具体研究鞍点情形。

因为系统是线性的,其发散轨位于正特征值r_1的特征向量所在的直线,其稳定轨位于负特征值r_2的特征向量所在的直线。为了确定这两条轨线的位置,先给出一个引理。

引理　矩阵J的特征值r必有形$\xi=(k-r,1)^T$的特征向量,而且当$\theta>\dfrac{\kappa(\kappa-2c/(N+1))}{\kappa-c/(N+1)}$时,成立下面的不等式

(1) $\theta>2\kappa$ (11a)

(2) $0>\kappa-r_1$ (11b)

(3) $\dfrac{1}{\kappa}>\dfrac{1}{\kappa-r_2}>\dfrac{(N+1)(\theta-\kappa)}{c(\theta-2\kappa)}>0$ (11c)

证明　显然矩阵J的特征向量不可能为$\xi=(u,0)^T$(否则由$J\xi=r\xi$可得u=0),所以可以假设J关于特征值r有特征向量为$\xi=(u,1)^T$。再根据$J\xi=r\xi$中的第二个方程,即可得到u=k−r。所以矩阵J的特征值r对应的特征向量可取为$(k-r,1)^T$,于是从$J(k-r,1)^T=(k-r,1)^T$的第一个方程又可以得到

$$k-r=\frac{c(\theta-2k)}{(N+1)(\theta-k-r)} \tag{12}$$

因为有假设条件$\kappa<\dfrac{c}{N+1}$,所以

$$2\kappa-\theta<2\kappa-\frac{\kappa(\kappa-2c/(N+1))}{\kappa-c/(N+1)}=\frac{\kappa^2}{\kappa-c/(N+1)}<0$$

(11a)成立。再由$r_2<0$及(12),可得

$$\frac{1}{\kappa}>\frac{1}{\kappa-r_2}=\frac{(N+1)(\theta-\kappa-r_2)}{c(\theta-2\kappa)}>\frac{(N+1)(\theta-\kappa)}{c(\theta-2\kappa)}>0$$

(11c)成立。

最后分两种情形验证(11b)。如果$\theta\leq\kappa$,注意到$r_1>0$以及(12),$\kappa-r_1<0$成立;如果$\theta>\kappa$,注意到$\theta>\dfrac{\kappa(\kappa-2c/(N+1))}{\kappa-c/(N+1)}$成立时,$(\theta-\kappa)\kappa+\dfrac{c(2\kappa-\theta)}{N+1}<0$,所以根据$r_1$的表达式,也有$\kappa-r_1<\kappa-\theta<0$。证毕。

因$q\geqslant0$、$x\geqslant0$,下面只需在q−x平面的第一象限内讨论博弈的均衡路径(图1)。由$0>\kappa-r_1$知,特征向量$\xi_1=(k-r_1,1)^T$不在第一象限,故不考虑发散轨。记Γ_x为如下方程描述的直线(即在Γ_x上$\dot{x}=0$)

$$F(q,x)=-q+\kappa x=0$$

记Γ_q为如下直线(即在Γ_x上$\dot{q}=0$)

$$G(q,x)=(\theta-k)q+\frac{c(2k-\theta)}{N+1}x=0$$

记E为特征向量$\xi_2=(k-r_2,1)^T$所在的直线。

注意到(11c)中不等式的各项分别是直线Γ_x、E与Γ_q的斜率,以及F与G的梯度方向$(F_q,F_x)=(-1,\kappa)$与$(G_q,G_x)=(\theta-k,\dfrac{c(2\kappa-\theta)}{N+1})$分别指向左上与右下,便可以得到系统(4.11)~(4.12)的相位定性图(图1)。图中,Γ_x把q−x平面的第一象限分成X^+与X^-两个区域,X^+与X^-分别表示资源储量x增加与减少的区域;Γ_q也分第一象限为Q^+与Q^-两个区域,Q^+与Q^-分别表示资源供给量q增加与减少的区域。

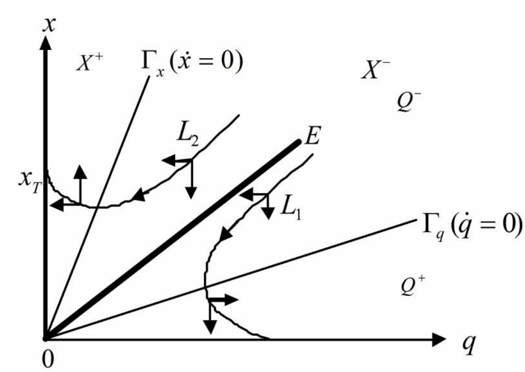

图1　均衡路径相位图

于是得到模型鞍点情形的一个基本结果。

命题　当$\theta>\dfrac{\kappa(\kappa-2c/(N+1))}{\kappa-c/(N+1)}$时,寡头博弈模型的资源储量总量x与资源供给总量q的均衡路径是系统(9)~(10)的稳定轨E。

证明　如图1所示,除稳定轨E外,(9)~(10)的其它轨线或者如L_1或者如L_2。

对于L_1,因为轨线进入$Q^+\subset X^-$,q单调增加,x单调减少,必存在时刻T使得L_1与x轴交于$(q_T,0)$(否则x恒大于零且$q_t\to+\infty$,显然与状态约束方程(10)矛盾)。由轨线的连续性,存在τ使得当$t\in(\tau,T)$时,每个生产者在(τ,T)内的单位利润$cx_{it}-q_t<0$,故在(τ,T)内把资源投放市场不是最优选择。但在(τ,T)内,$q_t>0$,必有生产者供给资源。所以L_2也不是博弈的均衡路径。

对于L_2,因为轨线进入X^+,x单调增加,必存在时刻T使得L_2与x轴交于$(0,x_T)$。事实上,如果L_2不与x轴相交,则有$q_t>0(t\in(0,+\infty))$,而且根据此时x的单调增加性,必有$x_t\to+\infty$。但由不等式(11a),$\theta>2\kappa$,根据方程(9)以及$X^+\subset Q^-$中q的单调减少性,当$x_t\to+\infty$时必有$q_t\to-\infty$,矛盾。所以博弈的最

优路径在时刻T结束，否则在时间T后q单调减少而取负值，不满足$q\geqslant 0$的约束。但是此时$x_T>0$，所以至少有一个生产者i的资源储量$x_{iT}>0$，而其单位利润$cx_{iT}-q_T=cx_{iT}>0$，生产者i在时间T后继续开发资源并投放市场可以增加利润。这与此后市场总量供给为零矛盾。所以L_2也不可能是博弈的均衡路径。证毕。

性质2　当$\theta>\dfrac{\kappa(\kappa-2c/(N+1))}{\kappa-c/(N+1)}$时，在均衡路径上资源总储量与总供给都单调减少。

证 由上面的命题，此时的均衡路径位于系统(9)~(10)的稳定轨E，而E位于区域$X^-\cap Q^-$，所以资源总储量与总供给都单调减少。证毕。

这些性质和命题的结论表明，尽管决策者都是经济理性人，都考虑到了长远的经济利益(考虑到了各期经济利益的贴现值)，但是如果过于偏重近期经济利益(贴现率θ取值较大，$\theta>\dfrac{\kappa(\kappa-2c/(N+1))}{\kappa-c/(N+1)}$)，尽管资源是可再生的，资源也会逐渐减少并趋于耗竭；相反，如果决策者给长期经济利益以较大的权数(贴现率θ取值较小，$\theta<\dfrac{\kappa(\kappa-2c/(N+1))}{\kappa-c/(N+1)}$)，博弈的均衡路径的正向将远离原点，资源储量和供给保持适度增长而实现可持续发展。

作为问题的高度抽象，

$\theta=\theta(\kappa,c,N)=\dfrac{\kappa(\kappa-2c/(N+1))}{\kappa-c/(N+1)}$可以看作可再生资源的反映临界阀值的一种决策临界值。决策者的决策必须位于临界阀值之内，否则会造成可再生资源的短期过度开发而终将导致枯竭。

不妨把$\theta(\kappa,c,N)$称为可再生资源系统的阀值函数，它与参数κ、c、N的关系如下：

性质3　$\theta(\kappa,c,N)$是κ、N的增函数，是c的减函数。

证明　注意假设条件$\kappa<\dfrac{c}{N+1}$，将$\theta(\kappa,c,N)$分别对κ、c、N求导即得。证毕。

这一结果的经济含义明显。第一，κ是资源的再生率，再生率的提高可以提高系统的阀值，生产者的近期开发可以适当提高而不至于破坏系统的可持续发展性。第二，参数c反映了生产者的开发成本，c值越大，则生产者的生产成本越低，其近期利益驱动越大，就越容易造成资源的过度开发。所以这种资源的系统阀值越低，即生产者看重近期经济利益的贴现参数θ超过一个较小的阀值，资源系统的可再生性也可能遭到破坏。第三，随着参与人数N的增加可再生资源系统的阀值将会提高的这一结论似乎不明显。但是究其原因，在于我们是对每个参与者都拥有私有资源的情形建模，参与人的增加相当于发现了新的资源，所以资源系统的可持续性会提高。否则，如果是所有生产者对同一资源进行寡头开发的情形(公共地问题)，参与人的增加无疑增加了资源的承载负荷，在一个更低的系统阀之内，资源的可再生性也可能遭到破坏。

5 结束语

本文建立了一个可再生资源的N寡头博弈模型。为了能够进行数学分析，笔者在模型上作了一些特殊假定：(1)资源的市场需求函数为线性；(2)资源的单位生产成本为资源储量的线性函数；(3)资源具有固定的自然增长率。在这些假设条件下，得到了资源储量总量和市场总供给满足的动力系统，从而可以对其长期动力学行为进行定性分析。

本文考虑的主要问题是，在各理性决策人的均衡策略选择下，可再生资源是否会趋于耗尽。笔者用适当简化的数学模型从数理上证明了，如果决策者是近期利益主义的，可再生资源像不可再生资源一样终将枯竭；如果决策者是长期利益主义的，那么可再生资源不会被耗尽而可持续发展。所以人们在开发利用自然界本就稀缺的各种资源时，一定要眼界开阔、放眼未来，而不能只顾眼前利益而忽略长远利益。资源的可持续发展需要决策者具有高瞻远瞩的决策理性。

注释及参考文献：

[1]Franz Wirl: The Cyclical Exploration of Renewable Resource Stocks May Be Optimal[J].Journal of Environmental Economics and Management 29 (1995), 252-261.

[2]Olli Tahvonen, Seppo Salo: Economic growth and transitions between renewable and nonrenewable energy resources[J]. European Economic Review 45 (2001), 1379-1398.

[3]M. Jerry, N. Raissi. The Optimal Strategy for a Bioeconomical Model of a Harvesting Renewable Resource Problem[J]. Mathematical and Computer Modelling 36 (2002), 1293-1306.

[4]Ludvic Eliasson, Stephen J. Turnovsky. Renewable resources in an endogenouslygrowing economy: balanced growth and transitional dynamics[J]. Journal of Environmental Economics and Management 48 (2004), 1018-1049.

[5]钟麦英,黄小原.可再生资源开发与投资的H-∞控制策略研究[J].系统工程学报,2000,15(1):80-85.

[6]Lewis, T., Schmalensee, R.. On oligopolistic markets for nonrenewable natural resources[J]. The Quarterly Journal of Economics 95 (1980), 475-491.

[7]Loury, G.. A theory of 'oil'igopoly: Cournot Nash equilibrium in exhaustible resources markets with fxed supplies[J]. International Economic Review 27 (1986), 285-301.

[8]Groot F., Withagen C.,de Zeeuw. A Note on the open-loop von Stackelberg equilibrium in the cartel-versus-fringe model [J]. Economic Journal 102 (1992), 1478-1484.

[9]Salo S., Tahvonen O.. Oligopoly equilibria in nonrenewable resource markets[J]. Journal of Economic Dynamics & Control 25 (2001), 671-702.

[10]李登峰.微分对策及其应用[M].北京:国防工业出版社,2000.

Equilibrium of An Oligopoly Game Played in Renewable Resource Market

YU Zhao-yang

(Xichang College, Xichang, Sichuan 615013)

Abstract: In this paper, we construct an oligopoly game of renewable resource extraction in which the growth rate is fixed at a constant and the unit production cost function takes the linear form. We study the equilibrium equation satisfied by the equilibrium strategy of the players, and discuss the long-run properties of the total resource reserve level and the total extraction rate on the equilibrium path of the game. The mathematical analysis shows that the extraction strategy which neglects the long-run profits will exhaust the resource at all in the long time and the one which emphasizes the long-run profits will make the resource grow hence get its sustainable development in the long run.

Key words: Renewable resource; Oligopoly game; Equilibrium path; Resource depletion

(上接29页)

University of Science and Technology, Baotou, Inner Mongolia 014010)

Abstract: Based on factor space, present representation extension and feedback extensions of rough fuzzy concept by using extension principle of rough fuzzy sets, the approximate to rough fuzzy concept extension is given out by using feedback extension envelope of rough fuzzy concept.

Key words: Rough fuzzy sets; Extension principle; Feedback extension; Representation extension; Feedback extension envelopes