回归分析及差分方程关于大蒜产销规律的研究

彭玉忠

(江苏省运河高等师范学校 数学系,江苏 邳州 221300)

【摘 要】运用差分方程和回归分析方法,对当地大蒜产业的种植面积和销售价格的波动规律进行研究,得到一些有实际意义的结果:大蒜的价格与需求和供给均接近线性关系,分别为递增和递减;价格与产量的波动规律有稳定型、发散型、封闭型三种情况;大蒜产业的价格和种植面积的波动接近封闭型循环,需采取综合性改革措施,才能逐步趋向稳定。

【关键词】回归分析;差分方程;大蒜产业;产量与价格;稳定型;发散型;封闭型

【中图分类号】F307.13 【文献标识码】A 【文章编号】1673-1891(2009)03-0084-03

差分方程是反映变量递推关系的数学结构,差分方程在经济领域有广泛的应用。大蒜生产是江苏邳州农民的支柱产业,本文运用差分方程的有关理论和方法,对大蒜种植面积(产量)和销售的波动规律进行研究,得到一些具有实用价值的结果。

1 差分及差分方程[1~2]

1.1 差分

设函数$y_t=f(t)(t\in N)$,当自变量由t变到t+1时,相应的函数值之差称为函数$y_t=f(t)$在t的一阶差分,记作Δy_t,即$\Delta y_t=y_{t+1}-y_t=f(t+1)-f(t)$。由于函数$y_t=f(t)(t\in N)$的函数值构成一个数列,所以,一阶差分就是数列的相邻值之差。

函数$y_t=f(t)$在t的一阶差分的差分称为函数在t的二阶差分,记作$\Delta^2 y_t$,即

$$\Delta^2 y_t=\Delta(\Delta y_t)=\Delta y_{t+1}-\Delta y_t=(y_{t+2}-y_{t+1})-(y_{t+1}-y_t)=y_{t+2}-2y_{t+1}+y_t$$

一般地,函数$y_t=f(t)$在t的n阶差分定义为

$$\Delta^n y_t=\Delta(\Delta^{n-1}y_t)=\Delta^{n-1}y_{t+1}-\Delta^{n-1}y_t=\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k y_{t+n-k}$$

上式表明,函数$y_t=f(t)$在t的n阶差分是该函数的n个函数值$y_{t+n},y_{t+n-1},\cdots,y_t$的线性组合。

1.2 差分方程及解

含有自变量、未知函数以及未知函数差分的函数方程,称为差分方程。

n阶差分方程的一般形式可表示为

$\phi(t,y_t,\Delta y_t,\Delta^2 y_t,\cdots,\Delta^n y_t)=0$或$F(t,y_t,y_{t+1},\cdots,y_{t+n})=0$,

满足差分方程的函数y_t称为差分方程的解。类似于微分方程解的情况,若解中含有的独立常数的个数等于差分方程的阶数,称此解为该差分方程的通解。给任意常数以确定值的解,称为差分方程的特解。用以确定通解中任意常数的条件称为初始条件。

差分方程的解法有迭代法、经典法(齐次通解+特解)、母函数法等。

2 问题背景

本校当地(江苏邳州市)的大蒜生产闻名遐迩,形成特色产业,多次举办全国大蒜节。大蒜作为调味品,市场消费量并不大,其主要销路是出口。农民生产的大蒜,并不直接卖给外国人,而是卖给经销商。经销商在大蒜收获季节收购,然后联系卖给外商。因此,经销商的收购价格与大蒜的种植面积(产量)是具有直接影响的两个变量。近几年生产与收购价格的数据如表1:

表1 2003~2009年大蒜生产与收购价格

年度	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
种植面积(km^2)	30	65	25	60	35	63	28
收购价格(分/kg)	110	35	100	45	95	40	105

由表1可知,大蒜种植面积和价格波动幅度较大。这种波动一方面可能使农民蒙受重大损失,影响农业整体结构的稳定和发展;另一方面,经销商收购后,再联系卖给外商,可能会低收高卖,也可能高收低卖。因此,上述波动也可能给经销商带来重大损失。是否有一个种植面积及收购价格相对合理的稳定点,使双方在这稳定点附近变动,从而使蒜农和蒜商都处于互利双赢的局面?

3 数学建模及模型分析

3.1 建模

由于大蒜本期种植面积(产量)决定本期价格(需求),而本期种植面积(产量)又由上一期的价格所决定(供给),故若设种植面积为x,价格为y,x_n,y_n分别表示第n年的种植面积和价格,需求函数为y=f

收稿日期:2009-08-15
作者简介:彭玉忠(1951-),男,副教授,特级教师,研究方向:高师基础数学与应用数学。

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

(x)供给函数为 $x=g(y)(y=g^{-1}(x))$,则有 $y_n=f(x_n)$,$x_{n+1}=g(y)$,从而有f(x)的图像过点 (x_1,y_1),(x_2,y_2),…,(x_n,y_n),…;$g^{-1}(x)$ 的图像过点 (x_2,y_1),(x_3,y_2),…,(x_{n+1},y_n),…于是,对于上述表中的数据,点 $A_1(30,110)$,$A_2(65,35)$,$A_3(25,100)$,$A_4(60,45)$,$A_5(35,95)$,$A_6(63,40)$,$A_7(28,105)$ 近似在f(x)的图像上,点 $B_1(65,110)$,$B_2(25,35)$,$B_3(60,100)$,$B_4(35,45)$,$B_5(63,95)$,$B_6(28,40)$ 近似在 $g^{-1}(x)$ 的图像上。经回归分析[3],x与f(x),g(y)与x均具有显著线性相关性,y=f(x)及 $y=g^{-1}(x)$ 的函数模型及图像如图1。

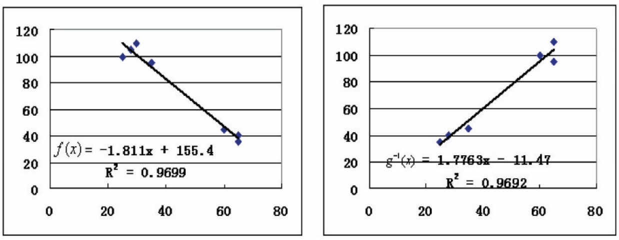

图1　需求、供给与与种植面积的散点图函数趋势

3.2 模型分析

因为需求函数的估计模型为 $y=f(x)=-1.811x+155.4$,供给函数的估计模型为 $y=g^{-1}(x)=1.7763x-11.47$,即 $x=0.563y+6.457$。假若存在稳定点 $P(x_0,y_0)$,即 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=x_0$ $\lim\limits_{n\to\infty}y_n=y_0$ 则近似地有 $y_n=-1.811x_n+155.4$……(1) $x_{n+1}=0.563y_n+6.457$……(2),(n=0,1,2,…)。由(1)、(2)得 $x_{n+1}=-1.02x_n+93.947$……(3),此为一阶线性差分方程。利用迭代法解方程(3),可得 $x_{k+1}-x_k=(-1.02)^{k-1}(x_2-x_1)$ (k=1,2,…),所以 $x_{n+1}-x_1=\sum_{k=1}^{n}(x_{k+1}-x_k)=(x_2-x_1)\sum_{k=1}^{n}(-1.02)^{k-1}$,从而得差分方程的解(对应于 $x_1=30$ 的特解)为 $x_{n+1}=x_1+(x_2-x_1)\sum_{k=1}^{n}(-1.02)^{k-1}=30+35\sum_{k=1}^{n}(-1.02)^{k-1}$,类似于上述推导过程,得到关于 y_n 的表达式

$$y_{n+1}=y_1+(y_2-y_1)\sum_{k=1}^{n}(-1.02)^{k-1}=110-75\sum_{k=1}^{n}(-1.02)^{k-1},$$

由于级数 $\sum_{k=1}^{\infty}(-1.02)^{k-1}$ 不收敛,故 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n$ 与 $\lim\limits_{n\to\infty}y_n$ 均不存在,所以,人们所企盼的稳定点不存在。

4　稳定性分析[4]

需求函数为y=f(x),供给函数为x=g(y),[其中x为种植面积(或产量),y为价格],则根据市场规律,应有y=f(x)是减函数,x=g(y)是增函数,从而 $y=g^{-1}(x)=\varphi(x)$ 也是增函数。点列 $p_n(x_n,y_n)$ 表示第n年的种植面积和价格,$y_n=f(x_n)$,$x_{n+1}=g(y_n)$,$y_n=g^{-1}(x_{n+1})=\varphi(x_{n+1})$。设 $p(x_0,y_0)$ 为稳定点,即 $\lim\limits_{n\to\infty}p_n(x_n,y_n)=p(x_0,y_0)$。设 $f'(x_0)=-\alpha,g'(y_0)=\beta$,则 $\alpha>0,\beta>0,\varphi'(x_0)=\frac{1}{\beta}$。在 $p(x_0,y_0)$ 附近,点 (x_n,y_n) 在曲线y=f(x)上,点 (x_{n+1},y_n) 在曲线x=g(y)(或 $y=g^{-1}(x)$)上,故应近似的有 $y_n-y_0=-\alpha(x_n-x_0)$,$x_{n+1}-x_0=\beta(y_n-y_0)$。上面两式中消去 y_n,得 $x_{n+1}=-\alpha\beta x_n+(1+\alpha\beta)x_0$,此为一阶线性差分方程。用迭代法解差分方程[5],有:$x_{n+1}=-\alpha\beta x_n+(1+\alpha\beta)x_0$,$(-\alpha\beta)x_n=(-\alpha\beta)^2x_{n-1}+(-\alpha\beta)(1+\alpha\beta)x_0$,$(-\alpha\beta)^2x_{n-1}=(-\alpha\beta)^3x_{n-2}+(-\alpha\beta)^2(1+\alpha\beta)x_0$,……,$(-\alpha\beta)^{n-1}x_2=(-\alpha\beta)^nx_1+(-\alpha\beta)^{n-1}=(1+\alpha\beta)x_0$,以上n个式子相加,得差分方程的解(通解,$x_1$ 为常数):$x_{n+1}=(-\alpha\beta)^nx_1+(1+\alpha\beta)x_0[1+(-\alpha\beta)+(-\alpha\beta)^2+\cdots+(-\alpha\beta)^{n-1}]=(-\alpha\beta)^nx_1+[1-(-\alpha\beta)^n]x_0$

若P是稳定点,则应有:$\lim\limits_{n\to\infty}x_{n+1}=x_0$,从而得,P为稳定点的充要条件是 $\alpha\beta<1$,即 $\alpha<\frac{1}{\beta}$ 这一结果的实际意义是:(1)当 $\alpha<\frac{1}{\beta}$ 时,供给函数 $y=g^{-1}(x)$ 的曲线比需求函数y=f(x)的曲线陡峭(图2(1))。这表明,当价格有改变量 $|\Delta y|$ 时,若设供给函数中的产量改变量为 $|\Delta_s x|$,需求函数中的需求改变量为 $|\Delta_d x|$,则有 $\frac{|\Delta y|}{|\Delta_d x|}<\frac{|\Delta y|}{|\Delta_s x|}$,从而有 $|\Delta_d x|>|\Delta_s x|$,即价格的变化对供给的影响小于对需求的影响,货源相对充足,此时,价格和产量的波动将逐步减弱并渐渐趋向一个稳定点,此种状态称价格与产量为稳定型。(2)当 $\alpha>\frac{1}{\beta}$ 时,供给函数的曲线比需求函数的曲线平缓(图2(2))。此时,价格的变化对供给的影响大于对需求的影响,价格和产量的波动越来越大,不能趋向稳定和平衡,此种状态称价格与产量为发散型。(3)当 $\alpha=\frac{1}{\beta}$ 时,供给函数的曲线与需求函数的曲线陡峭程度相同(图2(3))。此时,价格和产量的波动将一直循环下去,既不会趋向稳定,也不会再扩大波动,此种状态称价格与产量为封闭型[6]。稳定性分析的几种情况如图2所示:

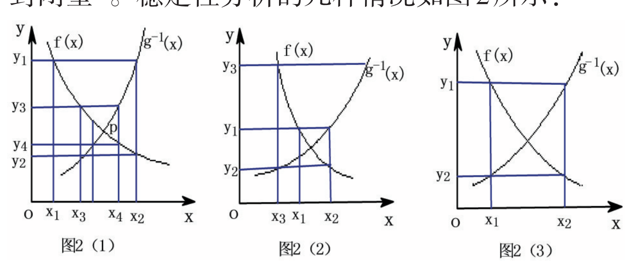

图2　稳定性分析示意图

5　结论

当地2003~2009年大蒜生产需求函数的模型为 $y=f(x)=-1.811x+155.4$,供给函数的模型为 $y=g^{-1}(x)=1.7763x-11.47$,$\alpha=1.811$,$\frac{1}{\beta}=1.7763$,两者比较接近,属于上述的类型(3),价格和产量循环波动,产

©1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

销形势虽不稳定,但也没有恶化。为什么大蒜种植面积与价格的波动不能渐趋稳定呢?通过对产销双方实际情况的调查分析可知,其主要原因是:由于大蒜是季节性产品,自然条件下不能长期存放,农民收获后必须尽快卖给经销商,放在家里时间长了就会烂掉。因此,销售价格农民基本没有多大主动权。经销商收购大蒜时并没有联系好出口的销路,而是先收购来存放在冷库里,再去联系卖给外商。卖给外商是否顺利以及销售价格如何,经销商并不能可靠的预测。因此,经销商的购与销具有很大的盲目性和博弈性,经常出现暴赚或暴亏现象。无论暴赚还是暴亏,都会引起种植与价格的反复波动,不能进入稳定的良性循环。要改变这种状况,必须有综合性的改革措施。例如,进行种植结构调整,开发多种经营,降低农民对大蒜生产过分的依赖性;大力开发大蒜的食用、药用价值,开辟国内大蒜深加工市场,减少对出口的依赖性;加强对国外大蒜营销信息的采集和研究,减少经销商的盲目性等等。现在,地方政府正积极开展这些工作,并取得成效。预计不久产销就将趋于稳定,走上持续健康发展的道路。

注释及参考文献:

[1]蒋兴国.高等数学(经济类)[M].北京:机械工业出版社,2007:350-410.
[2]王宪杰,等.高等数学典型应用实例与模型[M].北京:科学出版社,2005:105-189.
[3]杨永生.概率论与数理统计[M].天津:南开大学出版社,2005:167-336.
[4]杨清霞.浅谈差分方程的应用.[J].中央民族大学学报(自然科学版),2006(3):11-14.
[5]查良松.某些特殊类型的差分方程(递推关系)的解法[J].浙江工贸职业技术学院学报,2004(1):29-31.
[6]汤茂林.差分方程在经济分析中的应用[J].商场现代化,2008(11):21-23.

The Research of the Application of Regression Analysis and Difference Equation in the Regional Garlic Industry

PENG Yu-zhong
(Department of Mathematics, Higher Normal School of Jiangsu, Pizhou, Jiangsu 221300)

Abstract: Investigating the fluctuation law of the regional garlic industry's planting acreage and marketing price by a way of difference equation and regression analysis, some practical results are received: the associations between the garlic's price and the demand and supply are all close to be linear, the formal one increasing progressively while the latter one decreasing progressively; The fluctuation law of price and yield has three situations including the stable pattern, divergence form as well as enclosed type; The garlic industry's price and planting acreage fluctuation approach a enclosed circulation, which is needed to take a measure of a comprehensive reform to make it tend to be stable gradually.

Key words: Regression analysis; Difference equation; Garlic industry; Yield and price; Stable pattern; Divergence form; Enclosed type

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net