第 21 卷第 4 期
2007 年 12 月

西昌学院学报·自然科学版
Journal of Xichang College · Natural Science Edition

Vol. 21, NO. 4
Dec., 2007

A–单调映象的广义隐拟变分包含

任 晓

西昌学院 数理系，四川 西昌 615022）

摘 要】本文引入了一类 A–单调映象的广义隐拟变分包含问题，利用 A–单调映象的预解算子技巧研究了这类变分包含解的迭代算法逼近，证明了其解的存在性以及由算法生成的迭代序列的收敛性。

关键词】映射的变分包含；A–单调；预解算子；迭代算法

中图分类号】O177 文献标识码】A 文章编号】1673-1891(2007)04-0041-04

1 预备知识

设ℵ为具有范数‖·‖与内积<·,·>的实 Hilbert 空间，$2^{\aleph}$表示ℵ中所有非空子集所成的幂集，CB(ℵ)是ℵ中所有非空有界闭子集的全体，$\hat{H}(\cdot,\cdot)$是 CB(ℵ)上的 Hausdorff 距离，I 表示ℵ内的恒等映象。设F(ℵ)表示ℵ上的所有 Fuzzy 集的全体。映象 $\tilde{F}:\aleph\to F(\aleph)$称为映象。如果 $\tilde{F}$ 是 Fuzzy 映象，则 $\forall x\in\aleph$，$\tilde{F}(x)$（简记为 $\tilde{F}_x$）是 x 上的 Fuzzy 集且用 $\tilde{F}_x(y)$ 表示 y 在 $\tilde{F}_x$ 中的隶属函数。设 $M\in F(\aleph)$，$q\in[0,1]$，则集合 $(M)_q=\{x\in\aleph : M(x)\geqslant q\}$称为 M 的 q–切集。

一个 Fuzzy 映象 $\tilde{F}:\aleph\to F(\aleph)$称为是闭的，如果对 $\forall x\in\aleph$，函数 $y\to\tilde{F}_x(y)$是 u. s. c 的。一个闭 Fuzzy 映象 $\tilde{F}:\aleph\to F(\aleph)$满足条件（*），如果存在映象 $a:\aleph\to[0,1]$，使得 $\forall x\in\aleph$，集合 $\tilde{F}_{xa(x)}$是非空有界的。

显然，如果 Fuzzy 映象 $\tilde{F}$ 映象是闭的且满足条件（*），则 $\forall x\in\aleph$ 恒有 $\tilde{F}_{xa(x)}\in CB(\aleph)$。

设 $\tilde{H}_i:\aleph\to F(\aleph)$是闭的且满足条件（*）的 Fuzzy 映象，则存在函数 $a_i:\aleph\to[0,1]$使得对 $\forall x\in\aleph$ 恒有 $(\tilde{H}_{ix})_{ai(x)}\in CB(\aleph)$ $(i=1,2,3,4)$，于是可定义集值映象 $H_i:\aleph\to CB(\aleph)$：如下：

$\forall x\in\aleph$，$H_i(x)=(\tilde{H}_{ix})_{ai(x)}$，$i=1,2,3,4$

我们称 H_i 为 Fuzzy 由映象 $\tilde{H}_i$ 诱导出来的集值映象（$i=1,2,3,4$）。

设 $N:\aleph\times\aleph\to\aleph$ 和 $g,m:\aleph\to\aleph$ 是单值映象，$\tilde{H}_i:\aleph\to F(\aleph)$是满足条件（*）的 Fuzzy 映象，$a_i:\aleph\to[0,1]$是给定的映象（$i=1,2,3,4$），设 $A:\aleph\to\aleph$ 是单值映象，对 $\forall z\in H$，$W(\cdot,z):\aleph\to2^{\aleph}$是 A–单调映象，且对 $\forall x,w\in\aleph$，$g(x)-m(w)\in dom(W(\cdot,))$。我们考虑以下的变分包含问题：

$$\begin{cases}\text{找 } x,u,\nu,w,z\in\aleph\text{，使得}\\ \tilde{H}_{1x}(u)\geqslant a_1(x),\ \tilde{H}_{2x}(\nu)\geqslant a_2(g(x)),\ \tilde{H}_{3x}(w)\geqslant a_3(x),\ \tilde{H}_{4x}(z)\geqslant a_4(x)\text{，且}\\ 0\in\nu-N(g(x),u)+W(g(x)-m(w),z)\end{cases}\tag{1}$$

本文利用 H–单调映象的预解算子技术讨论广义 Fuzzy 隐拟变分包含问题（1）解的迭代算法逼近与其收敛性，推广了前人的研究[1-7]结果。

定义 1.1[1] 设 $A:\aleph\to\aleph$ 是一个单值映象，$M:\aleph\to2^{\aleph}$是一个集值映象被称为

(1)单调的，如果：$\langle u-\nu, x-y\rangle\geqslant0$，$\forall x,y\in\aleph$，$u\in M(x)$，$\nu\in M(y)$。

(2)ε–松弛单调的，如果存在常数 m>0，使得

$$\langle u-\nu, x-y\rangle\geqslant-\varepsilon\|x-y\|2,\ \forall x,y\in\aleph,\ u\in M(x),\ \nu\in M(y)。$$

(3)A–单调的，如果：M 是 ε–松弛单调的且 $(A+\rho M)(\aleph)=\aleph$，$\forall\rho>0$，$\rho\in R$。

(4)λ–$\hat{H}$–Lipschitz 连续的，如果：∃λ>0，使得：$\hat{H}(M(x),M(y))\leqslant\lambda\|x-y\|$，$\forall x,y\in\aleph$。

收稿日期：2007–07–01
作者简介：任 晓（958– ），男，副教授，主要研究方向为非线性分析。

定义1.2 设 $g:\aleph\to\aleph$ 是单值映象,称 g

(1) β - 强单调的,如果: $\exists\beta>0$,使得: $\langle \boldsymbol{x}-y, g(\boldsymbol{x})-g(y)\rangle \geqslant \beta_1\|\boldsymbol{x}-y\|^2, \forall \boldsymbol{x}, y\in\aleph$

(2) r - 强单调,如果存在常数 $r>0$,使得 $\langle g(\boldsymbol{x})-g(y), \boldsymbol{x}-y\rangle \geqslant r\|\boldsymbol{x}-y\|^2, \forall \boldsymbol{x}, y\in\aleph$

(3) κ - Lipschitz 连续的,如果: $\exists\kappa>0$,使得 $\|g(\boldsymbol{x})-g(y)\|\leqslant\kappa\|\boldsymbol{x}-y\|, \forall \boldsymbol{x}, y\in\aleph$

定义1.3 $N:\aleph\times\aleph\to\aleph$ 被称为

(1)第一变元 Lipschitz 连续的,存在常数 $r>0$ 使得

$$\|N(\boldsymbol{x},\cdot)-N(y,\cdot)\|\leqslant r\|\boldsymbol{x}-y\| \qquad \forall \boldsymbol{x}, y\in\aleph$$

(2)第一变元关于映象 g 松弛 Lipschitz 连续的,存在一个常数 $\delta>0$ 使得

$$\langle \boldsymbol{x}-y, N(u,\cdot)-N(\nu,\cdot)\rangle \leqslant -\delta\|\boldsymbol{x}-y\|^2 \qquad \forall \boldsymbol{x}, y\in\aleph, u\in g(\boldsymbol{x}), \nu\in g(y)$$

类似地,可以定义 $N:\aleph\times\aleph\to\aleph$ 第二变元 Lipschitz 连续。

2 迭代算法

引理2.1[1] 设映象 $A:\aleph\times\aleph\to\aleph$ 是 r - 强单调且 $M:\aleph\to2^{\aleph}$ 是 A - 单调映象,则 M 是极大单调的,对 $\forall\rho>0$,可以定义 A - 单调映象 M 的预解算子 $R^A_{M,\rho}:\aleph\to\aleph$ 如下:

$$R^A_{M,\rho}(z)=(A+\rho M)^{-1}(z), \forall z\in\aleph$$

并且 M 的预解算子是 $\dfrac{1}{r-\rho\varepsilon}$ - Lipschitz 连续的,其中 $0<\rho<\dfrac{r}{\varepsilon}$,即

$$\|R^A_{M,\rho}(\boldsymbol{x})-R^A_{M,\rho}(y)\|\leqslant\frac{1}{r-\rho\varepsilon}\|\boldsymbol{x}-y\| \ \forall \boldsymbol{x}, y\in\aleph$$

由引理2.1我们很容易得到

引理2.2 $(\boldsymbol{x},u,\nu,w,z)$ 是问题(1)的解当且仅当 $(\boldsymbol{x},u,\nu,w,z)$ 满足

$$g(\boldsymbol{x})=m(w)+R^A_{M(\cdot,z),\rho}(A(g(\boldsymbol{x})-m(w))-\rho\nu+\rho N(g(\boldsymbol{x}),u) \tag{2}$$

其中 $u\in H_1(\boldsymbol{x}), \nu\in H_2(g(\boldsymbol{x})), w\in H_3(\boldsymbol{x}), z\in H_4(\boldsymbol{x})$ 且 $\rho>0$ 是常数。

注2.1 由引理2.3知变分包含问题(1)与下列不动点问题等价

$\exists \boldsymbol{x}\in\aleph, u\in H_1(\boldsymbol{x}), \nu\in H_2(g(\boldsymbol{x})), w\in H_3(\boldsymbol{x}), z\in H_4(\boldsymbol{x})$,使得:

$$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}-g(\boldsymbol{x})+m(w)+R^A_{M(\cdot,z),\rho}(A(g(\boldsymbol{x})-m(w))-\rho\nu+\rho N(g(\boldsymbol{x}),u) \tag{3}$$

利用(3)式及 Nadler[5]的结果,可以构造变分包含问题(1)解的迭代算法:

算法2.1 对给定的 $\boldsymbol{x}_0\in\aleph, u_0\in H_1(\boldsymbol{x}_0), \nu_0\in H_2(g(\boldsymbol{x}_0)), w_0\in H_3(\boldsymbol{x}_0), z_0\in H_4(\boldsymbol{x}_0)$。对任意常数 $\rho>0$。利用 Nadler[5]可以得到迭代序列 $\{\boldsymbol{x}_n\}, \{u_n\}, \{\nu_n\}, \{w_n\}, \{z_n\}$ 满足:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_{n+1}=\boldsymbol{x}_n-g(\boldsymbol{x}_n)+m(w_n)+R^A_{M(\cdot,z),\rho}(A(g(\boldsymbol{x}_n)-m(w_n))-\rho\nu_n+\rho N(g(\boldsymbol{x}_n),u_n)) \\ \quad u_n\in H_1(\boldsymbol{x}_n):\|u_n-u_{n+1}\|\leqslant(1+(n+1)^{-1})\hat{H}(H_1(\boldsymbol{x}_n),H_1(\boldsymbol{x}_{n+1})) \\ \quad \nu_n\in H_2(g(\boldsymbol{x}_n)):\|\nu_n-\nu_{n+1}\|\leqslant(1+(n+1)^{-1})\hat{H}(H_2(g(\boldsymbol{x}_n)),H_2(g(\boldsymbol{x}_{n+1})))\quad n=0,1,2,3,\cdots \\ \quad w_n\in H_3(\boldsymbol{x}_n):\|w_n-w_{n+1}\|\leqslant(1+(n+1)^{-1})\hat{H}(H_3(\boldsymbol{x}_n),H_3(\boldsymbol{x}_{n+1})) \\ \quad z_n\in H_4(\boldsymbol{x}_n):\|z_n-z_{n+1}\|\leqslant(1+(n+1)^{-1})\hat{H}(H_4(\boldsymbol{x}_n),H_4(\boldsymbol{x}_{n+1})) \end{cases} \tag{4}$$

3 存在性与收敛性

定理3.1设 $\tilde{H}_i:\aleph\to F(\aleph)$ 是闭的且满足条件(*)的 Fuzzy 映射, $H_i:\aleph\to CB(\aleph)$ 是由 $\tilde{H}_i$ 所诱导出来的集值映象且 H_i 是 λ_i - $\hat{H}$ - Lipschitz 连续的 $(i=1,2,3,4)$。设 $g:\aleph$ 是 β_i - 强单调的 κ_{11} - Lipschitz 连续的, $m:\aleph\to\aleph$ 是 κ_{12} - Lipschitz 连续的, $N:\aleph\times\aleph\to\aleph$ 第一变元是 κ_{21} - Lipschitz 连续和关于映象 g 是 β_2 - 松弛 Lipschitz 连续的,且第二变元是 κ_{22} - Lipschitz 连续的。设映象 $A:\aleph\to\aleph$ 是 r - 强单调和 τ - Lipschitz 连续的且对 $\forall \boldsymbol{x}, y\in\aleph$, $A(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})=A(\boldsymbol{x}-y)=A(\boldsymbol{x})-A(y)$,设 $W:\aleph\times\aleph\to2^{\aleph}$ 是集值映象,使得对 $\forall z\in\aleph$, $W(\cdot,z)$:

$\aleph \to 2^{\aleph}$ 是 A－单调的，且 $g(x) - m(y) \in \mathrm{dom}(W(\cdot, z))$，$\forall x, y \in \aleph$。假设

$$\forall x, y \in \aleph,\ \| R^A_{M(\cdot, x), \rho}(z) - R^A_{M(\cdot, y), \rho}(z) \| \leqslant \sigma \| x - y \| \tag{5}$$

且存在常数 $\rho > 0$ 使得

$$\begin{cases} \varepsilon > \omega,\ \beta_2\mu > (1-q)\omega + \sqrt{(\mu^2 - (1-q)^2)(\varepsilon^2 - \omega^2)} \\ \left| \mu\rho - \dfrac{\beta_2\mu > (1-q)\omega}{\varepsilon^2 - \omega^2} \right| \leqslant \dfrac{\sqrt{(\beta_2\mu > (1-q)\omega)^2 - (\mu^2 - (1-q)^2)(\varepsilon^2 - \omega^2)}}{\varepsilon^2 - \omega^2} \\ \text{其中 } q = \sqrt{1 - 2\beta_1 + \kappa^2_{11}} + (1 + u\tau)\lambda_3\kappa_{12} + \sigma\lambda_4 + \mu\kappa_{11}\sqrt{1 - 2r + \tau^2},\ \varepsilon = \kappa_{21}\kappa_{11},\ \omega = \kappa_{22}\lambda_1 + \kappa_{11}\lambda_2 \end{cases} \tag{6}$$

则 $\exists x^* \in \aleph$，$u^* \in H_1(x^*)$，$\nu^* \in H_2(g(x^*))$，$w^* \in H_3(x^*)$，$z^* \in H_4(x^*)$ 是问题（1）的解，且迭代序列 $\{x_n\}$，$\{u_n\}$，$\{\nu_n\}$，$\{w_n\}$，$\{z_n\}$分别强收敛于 $x^*, u^*, \nu^*, w^*, z^*$。

证明：记 $\mu = 1/(r - \rho\varepsilon)$，$h(x, u, \nu, w) = A(g(x) - m(w)) - \rho\nu + \rho N(g(x), u)$，$\alpha_n = 1 + (1+n)^{-1}$，由(4)有

$$\begin{aligned} \| x_{n+1} - x_n \| &= \| x_n - x_{n-1} - (g(x_n) - g(x_{n-1})) + (m(w_n) - m(w_{n-1})) + (R^A_{M(\cdot, z), \rho}(h(x_n, u_n, \nu_n, w_n)) \\ &\quad - R^A_{M(\cdot, z-1), \rho}(h(x_{n-1}, u_{n-1}, \nu_{n-1}, w_{n-1}) \| \leqslant \| x_n - x_{n-1} - (g(x_n) - g(x_{n-1})) \| + \| m(w_n) + m(w_{n-1}) \| \\ &\quad + \| R^A_{M(\cdot, z), \rho}(h(x_n, u_n, \nu_n, w_n) - R^A_{M(\cdot, z), \rho}(h(x_{n-1}, u_{n-1}, \nu_{n-1}, w_{n-1}) \| \\ &\quad + \| R^A_{M(\cdot, z), \rho}(h(x_{n-1}, u_{n-1}, \nu_{n-1}, w_{n-1}) - R^A_{M(\cdot, z-1), \rho}(h(x_{n-1}, u_{n-1}, \nu_{n-1}, w_{n-1}) \| \end{aligned} \tag{7}$$

因为 g 是 β_1－强单调的 κ_{11}－Lipschitz 连续的，m 是 κ_{12}－Lipschitz 连续，利用 Noor[6]技巧我们有

$$\| x_n - x_{n-1} - (g(x_n) - g(x_{n-1})) \| \leqslant \sqrt{1 - 2\beta_1 + \kappa^2_{11}} \| x_n - x_{n-1} \| \tag{8}$$

$$\| m(m(w_n) - m(w_{n-1}) \| \leqslant \kappa_{12}(1 + n^{-1})\hat{H}(A_3(x_n), A_3(x_{n-1})) \leqslant \kappa_{12}\lambda_3\alpha_n \| x_n - x_{n-1} \| \tag{9}$$

由引理 2.1，我们有

$$\begin{aligned} & R^A_{M(\cdot, z), \rho}(h(x_n, u_n, \nu_n, w_n)) - R^A_{M(\cdot, z), \rho}(h(x_{n-1}, u_{n-1}, \nu_{n-1}, w_{n-1}) \| \leqslant \mu \| (h(x_n, u_n, \nu_n, w_n) - h(x_{n-1}, u_{n-1}, \nu_{n-1}, w_{n-1}) \\ & \leqslant \mu\{ \| g(x_n) - g(x_{n-1}) - (A(g(x_n)) - A(g(x_{n-1}))) \| + \| A(m(w_n)) - A(m(w_{n-1})) \| x_n + x_{n-1} + \rho(N(g(x_n), u_n) - N(g(x_{n-1}), u_n)) \| \\ & \quad + \| x_n + x_{n-1} - (g(x_n) - g(x_{n-1})) \| + \rho(N(g(x_{n-1}), u_n) - N(g(x_{n-1}), u_{n-1}) \| + \rho \| \nu_n - \nu_{n-1} \| \} \end{aligned} \tag{10}$$

因为映象 $A: \aleph \to \aleph$ 是 τ－Lipschitz 连续和 r－强单调的，m 是 κ_{12}－Lipschitz 连续，我们有

$$\| g(x_n) - g(x_{n-1}) - (A(g(x_n)) - A(g(x_{n-1}))) \| \leqslant \kappa_{11}\sqrt{1 - 2r + \tau^2} \| x_n - x_{n-1} \| \tag{11}$$

$$\begin{aligned} \| A(m(w_n)) - A(m(w_{n-1})) \| &\leqslant \tau\kappa_{12} \| w_n - w_{n-1} \| \leqslant \tau\kappa_{12}(1 + n^{-1})\hat{H}(H_3(x_n), H_3(x_{n-1})) \\ &\leqslant \tau\kappa_{12}\lambda_3\alpha_n \| x_n - x_{n-1} \| \end{aligned} \tag{12}$$

因为 N 第一变元是 κ_{21}－Lipschitz 连续和关于映象 g 是 β_2－松弛 Lipschitz 连续的，第二变元是 κ_{22}－Lipschitz 连续的，我们有

$$\begin{aligned} & \| x_n - x_{n-1} + \rho(N(g(x_n), u_n) - N(g(x_{n-1}), u_n)) \|^2 = \| x_n - x_{n-1} \|^2 + 2\rho < x_n - x_{n-1}, N(g(x_n), u_n) - N(g(x_{n-1}), u_n) > \rho^2 \| N(g(x_n), u_n) - N(g(x_{n-1}), u_n)) \|^2 \leqslant (1-2)\rho\beta_2 + \kappa^2_{21}\rho^2\kappa^2_{11} \| x_n - x_{n-1} \|^2 \end{aligned} \tag{13}$$

$$\| N(g(x_{n-1}, u_n) - N(g(x_{n-1}), u_{n-1}) \| \leqslant \kappa_{12}\alpha_n\hat{H}(H_1(x_n), H_1(x_{n-1})) \leqslant \alpha_n\lambda_1\kappa_{22} \| x_n - x_{n-1} \| \tag{14}$$

由于 H_2 是 $\lambda_2 - \hat{H}$－Lipschitz 连续的，g 是 κ_{11}－Lipschitz 连续的，我们有

$$\| \nu_n - \nu_{n-1} \| \leqslant \alpha_n\hat{H}(H_2(g(x_n)), H_2(g(x_{n-1})) \leqslant \lambda_2\alpha_n\kappa_{11} \| x_n - x_{n-1} \| \tag{15}$$

由条件(5)，我们有

$$\begin{aligned} & \| R^A_{M(\cdot, z), \rho}(h(x_{n-1}, u_{n-1}, \nu_{n-1}, w_{n-1}) - R^A_{M(\cdot, z-1), \rho}(h(x_{n-1}, u_{n-1}, \nu_{n-1}, w_{n-1}) \| \\ & \qquad \leqslant \sigma\alpha_n\hat{H}(H_4(x_n), H_4(x_{n-1}) \leqslant \alpha_n\sigma\lambda_4 \| x_n - x_{n-1} \| \end{aligned} \tag{16}$$

综合(7)～(16)，我们得到

$$\begin{aligned} \| x_{n+1} - x_n \| &\leqslant \{ \sqrt{1 - 2\beta_1\kappa^2_{11}} + \sqrt{\mu_1 - 2\beta_2\rho + \kappa^2_{21}\kappa^2_{11}\rho^2} + \alpha_n\mu\rho(\kappa_{22}\lambda_1 + \kappa_{11}\lambda_2) + (1 + u\tau)\ \alpha_n\kappa_{12}\lambda_3 + \alpha_n\sigma\lambda_4 + \\ & \quad \mu\kappa_{11}\sqrt{1 - 2t + \tau^2} \} \| x_n - x_{n-1} \| = (q_n + l_n(\rho)) \| x_n - x_{n-1} \| = \theta_n \| x_n - x_{n-1} \| \end{aligned} \tag{17}$$

其中 $q_n = \sqrt{1 - 2\beta_1\kappa^2_{11}} + (1 + u\tau)\ \alpha_n\lambda_3\kappa_{12} + \alpha_n\sigma\lambda_4 + \mu\kappa_{11}\sqrt{1 - 2t + \tau^2}$，$l_n(\rho) = \mu\sqrt{1 - 2\beta_2\rho + \kappa^2_{21}\kappa^2_{11}\rho^2} + \alpha_n\mu\rho(\kappa_{22}\lambda_1 + \kappa_{11}\lambda_2)$

令 $\theta = q + l(\rho)$。其中 $q = \sqrt{1 - 2\beta_1\kappa^2_{11}} + (1 + u\tau)\lambda_3\kappa_{12} + \sigma\lambda_4 + \mu\kappa_{11}\sqrt{1 - 2t + \tau^2}$，$l(\rho) = \mu\sqrt{1 - 2\beta_2\rho + \kappa^2_{21}\kappa^2_{11}\rho^2} +$

$\mu\rho(\kappa_{22}\lambda_1 + \kappa_{11}\lambda_2)$

我们知道 $\theta_n \to \theta$。而由(6)式可知 $\theta < 1$, 因而当 n 充分大时 $\theta_n < 1$, 所以 $\{x_n\}$ 是 Cauchy 列, 即有当 $n \to \infty$ 时 $x_n \to x^* \in \aleph$。由 $H_i(i = 1, 2, 3, 4)$ 的 Lipschitz 连续性可知 $\{u_n\}$, $\{\nu_n\}$, $\{w_n\}$, $\{z_n\}$ 均是 Cauchy 列, 假设 $u_n \to u^*$, $\nu_n \to \nu^*$, $w_n \to w^*$, $z_n \to z^*$, 则

$$d(u^*, H_1(x^*)) \leq \| u^* - u_n \| + d(u_n, H_1(x^*)) \leq \| u^* - u_n \| + \lambda_1 \| x_n - x^* \| \underset{n\to\infty}{\to} 0$$

因而 $u^* \in H_1(x^*)$, 同理 $\nu^* \in H_2(g(x^*))$, $w^* \in H_3(x^*)$, $z^* \in H_4(x^*)$。

再由 $g(\cdot)$, $m(\cdot)$, $N(\cdot,\cdot)$ 关于各个变量的连续性和假设(5), 我们有

$$\| R^A_{M(\cdot,z),\rho}(h(x_n, w_n, u_n, \nu_n) - R^A_{M(\cdot,z),\rho}(h(x^*, w^*, u^*, \nu^*)) \| \leq \mu \| h(x_n, w_n, u_n, \nu_n) - h(x^*, w^*, u^*, \nu^*) \| + \alpha_n \sigma \lambda_5 \| x_n - x_{n-1} \| \to 0, (n \to \infty) \tag{18}$$

由(7)和(18)有: $x^* = x^* - g(x^*) + m(w^*) + R^A_{M(\cdot,z),\rho}(g(x^*) - m(w^*) - \rho\nu^* + \rho N(g(x^*), u^*))$, 即有

$$g(x^*) = m(w^*) + R^A_{M(\cdot,z),\rho}(g(x^*) - m(w^*) - \rho\nu^* + \rho N(g(x^*), u^*))。$$

由引理 2.3 知 $(x^*, u^*, \nu^*, w^*, z^*)$ 是问题(1)的解。证毕。

注 3.1 当 g, m, N, s 及 W 取为适当的映象时, 定理 3.1 包含了前人[1-7]的一些结果作为特例。

参考文献:

[1]R. U. Verma, A – Monotonicity and applications to nonlinear variational inclusions problems [J], Appl. Math. Stochastic. Anal. 2004,17(2):193 – 195.

[2]X. P. Ding, A new class of generalized nonlinear implicit quasivariational inclusions with fuzzy mappings[J], J. Comput. Appl. Math. 2002,138 :243 – 257.

[3]X. P. Ding, Generalized implicit quasivariational inclusions with fuzzy set – valued mappings[J], Comput. Math. Appl. 1999,38 (1) :71 – 79.

[4]N. J. Huang et al., Generalized nonlinear mixed quasivariational inequalities[J], Comput. Math. Applic. 2000(40):205 – 215.

[5]S. B. Nadler, Jr., Multi – valued contraction mappings[J], Pacific J. Math. 1969,38 :475 – 488.

[6]M. A. Noor, An iterative scheme for a class of quasivariational inequalities[J], J. Math. Anal. Appl. 1985,110 :462 – 468.

[7] N. J. Huang Completely generalized nonlinear variational inclusions for fuzzy mappings[J] . Czechoslovak. Mathematical. Journal, 1999,49(124):767 – 777.

Generalized Fuzzy Implicit Quasi – variational Inclusion with H – monotone Mappings

REN Xiao

(Department of Mathematics and Physics, Xichang College, Xichang, Sichuan 615022)

Abstract: In this paper, we introduced and studied a new class of generalized fuzzy implicit quasi – variational inclusion with H – monotone mappings. By using the resolvent operator technique for H – monotone mappings, we proved the existence of solution for the variational inclusion. Furthermore, we constructed a new iterative algorithm and proved the convergence of the iterative sequences generated by the algorithm. The results improve and generalize many known corresponding results in this field.

Key words: Generalized fuzzy implicit quasivariational inclusion; H – monotone mappings; Resolvent operator; Iterative algorithm

(责任编辑 张荣萍)