

# 边坡岩体系统演化的非线性动力学方法研究\*

黄敬林,刘保县

(西华大学 建筑与土木工程学院,四川 成都 610039)

**【摘要】**为了研究边坡岩体系统演化过程的非线性特征,一方面分析了边坡岩体系统演化过程的自组织特征;另一方面利用非线性动力学理论中的尖点突变理论模型和混沌动力学理论,建立了非线性动力学模型,分析了边坡岩体系统的演化过程,给出了边坡系统失稳的力学判据,表明了边坡岩体系统的非线性突变性,在演化过程中确实存在混沌现象。

**【关键词】**边坡;非线性特征;非线性动力学;尖点突变模型;混沌动力学

**【中图分类号】**TU45 **【文献标识码】**A **【文章编号】**1673-1891(2007)03-0052-04

## 1 前言

边坡岩体系统是一个高度复杂的非线性系统,其演化过程是有序的自组织过程,非线性、不稳定性是其根本属性。传统的理论和手段已不能满足伴随着人类经济活动的开展而更趋复杂化的边坡岩体系统。70 年代初期以来,关于复杂性的理论:突变论、协同学、耗散结构理论的诞生以及动力学现代发展理论的出现,极大地促进了边坡岩体系统演化研究的发展。传统的边坡岩体系统研究仅局限于定性或半定量描述,以传统的确定性研究方法为基础,运用一定的力学模型来实现边坡岩体系统灾害研究的量化。实际上由于边坡岩体系统不断地与外界发生物质和能量的交换,具有非平衡性、非线性、多尺度性、突变性、自组织性、自相似性、有序性、随机性的属性,是一个复杂的系统,因此将处理复杂系统和探索复杂性的非线性理论方法引入边坡岩体系统演化研究是一条非常值得探索的研究途径。

## 2 非线性动力学基本知识

### 2.1 突变理论

突变理论的主要作用是用于阐述系统中某些变量如何从连续逐渐变化导致系统状态的突然变化。在工程实际中,应用的初等突变理论是尖点(CUPS)

突变模型。

尖点突变模型是由 Zeeman 提出来的,其势函数是一个二参函数,

$$V = x^4 + ux^2 + vx \quad (1)$$

它对应的是两个控制参数的一维连续动力系统。相空间是三维的:  $(x, u, v)$ 。

对应的平衡曲面  $M$  为:

$$4x^3 + 2ux + v = 0 \quad (2)$$

尖点突变模型和分叉集如图 1 所示。

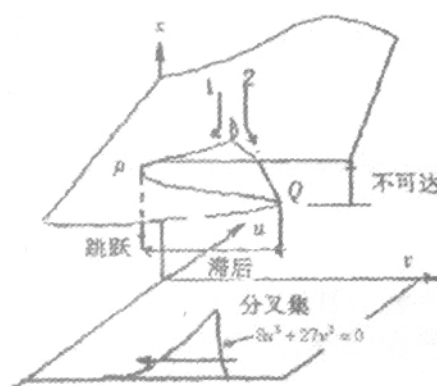


图 1 尖点突变模型和分叉集

从图 1 可以看到,平衡曲面上任一相点  $(x, u, v)$  的值几乎总是随着控制参数  $(u, v)$  的连续变化而平稳变化。值得注意的是,当且仅当  $(u, v)$  的取值使点  $(u, v)$  在控制平面上越过分叉集曲线时,值将发生突变,即如果相点恰好在平衡曲

收稿日期 2007-05-15

\*基金项目:西华大学青年基金项目资助(项目编号 0326061)。

作者简介:黄敬林(1978-),男,吉林和龙市人,讲师,学士,主要从事道路工程方面的研究。

面 M 终止的边缘上,则它必然跳跃到另一页上去。

## 2.2 混沌动力学理论

混沌是非线性系统中存在的一种普遍现象,目前关于混沌还没有一个确切的定义,一般可以理解为“对初值的敏感性”或“确定的随机性”。“确定的”是因为系统的混沌行为是由内在的原因而不是外来的噪声或干扰产生,即过程具有严格的确定性,而“随机性”指的是行为的不规则性和不可预测性。因而混沌可以直观地理解为确定性方程中所产生的随机现象。

不同系统的混沌程度一般是不一样的,混沌程度一般由 Lyapunov 指数、吸引子的维数和熵等来定量划分。由前述,确定性混沌系统的一个显著特点是对初值条件的敏感依赖性。那么,就意味着在系统演化的相空间中从两个相邻的初始点开始的相互靠近的两条演化轨线,随着时间的推移,它们将呈指数函数分开。

若假设系统的演化方程为:

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad (n = 0, 1, \dots) \quad (3)$$

若初始值为  $x_{01}, x_{02}$ ,  $d_0 = x_{01} - x_{02}$  经  $n$  次迭代以后,

$$d_n = |f^n(x_{01}) - f^n(x_{02})| =$$

$$\frac{df^n(x_{01})}{dx} (x_{01} - x_{02}) = d_0 \cdot e^{\lambda n} \quad (4)$$

其中  $\lambda$  称为 Lyapunov 指数,代表相邻点之间距离的平均辐射率。 $\lambda$  可进一步具体化为:

$$\lambda = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \ln |f'(x_i)| \quad (5)$$

当  $\lambda > 0$  时,  $d_n$  呈指数增长,系统向混沌演化;

当  $\lambda < 0$  时,  $d_n$  呈指数收缩,系统趋于稳定解;

当  $\lambda = 0$  时,  $d_n = d_0$ , 系统处于临界状态。

## 3 边坡岩体系统演化的自组织特征

边坡岩体系统作为开放体系,是由相互制约、相互联系的若干部分结合在一起的具有特定功能的整体,组成边坡系统的各个部分之间以及系统与外部环境之间的物质、能量和信息的交换使系统不断地实现无序→有序、平衡态→近平衡态→远离平衡态的演化和发展,是一种确定性与随机性共存的过程。边坡为地壳表部一切具有侧向临空面的地质体,由于内、外动力地质作用使边坡岩土体处于不稳定状态或失稳导致边坡的变形破坏。在边坡演化初期,地面基本保持水平,由裂隙切割的各岩土体单元基本上保持力学平衡,边坡系统处于一种最无序的

平衡态,即边坡演化的平衡区。随着应力状态的变化和外界环境的影响,处于临空面附近的岩土体单元要释放荷载使原有的平衡被打破,局部应力集中超过了该部位岩土体的容许强度,引起局部的剪切错动、拉裂并出现小位移,各子系统之间的作用是属于短程相关的线性作用,还没有造成整体性的破坏,处于一种局域不平衡状态,为边坡演化的非线性平衡区。随着边坡变形的进一步发展,以及与外界物质和能量的不断交换,系统的开放程度越来越大,原有的破裂面不断扩大,破裂面附近的岩土体开始超过岩土体的临界强度发生累进性破坏,一旦破裂面互相贯通,便形成滑坡。各子系统之间开始以长程相关(相干性)的形式发生非线性作用,以协同的方式发生有序运动。自此,边坡岩体系统便从一种稳态平衡进入新的稳态平衡,开始下一周期的演化,且存在着由倍周期分岔走向混沌的过程。但只要没有外界的干扰,它们将永远停留在各自的位置。一旦外界施加一个微小的扰动,原有的力学平衡状态就会被打破,系统的小涨落在其非线性机制的作用下就被放大成巨涨落,发生对称性破缺,导致系统离开原有的静态发生突变而形成巨大滑坡,从而达到新的稳定宏观有序状态。这就是边坡岩体系统表现出来的复杂自组织特征。

## 4 边坡岩体系统演化的非线性动力学研究

### 4.1 边坡系统变形演化的突变理论分析

对于边坡系统,滑坡的发生就是滑坡体演化的不连续行为。内部的非线性耦合使坡体进入极限平衡状态后具有多种可能的亚稳定状态,通过系统的外部扰动,改变各亚稳态的性质,从而导致系统由一个亚稳态向另一个亚稳态跳跃。

如图 2 所示边坡系统,设滑动面为一非均匀软弱夹层,上部岩体为刚体。坡角为  $\alpha$ ,滑面倾角为  $\beta$ ,上部岩体的垂直高度为  $H$ ,软弱夹层厚度为  $h$ ,上部岩体重量为  $mg$  ( $g$  为重力加速度)。在岩体自重产生的一滑力作用下,岩体沿软弱夹层的蠕滑位移为  $u$ 。在软弱夹层的某些区段,由于介质强度高(如锁固段)或所受剪切应力小,此区段介质具有弹性或应变硬化性质,其抵抗变形的能力随变形增大而增大,而另一些区段,由于介质破碎,水的泥化作用或所受剪切应力大,超过其峰值应力后,具有应变软化性质,

其抵抗变形的能力随变形增大而减小。为简化分析和突出失稳的物理本质,设软弱夹层由两段不同力学性质的介质组成,一段具有弹性性质,而另一段具有应变弱化性质。

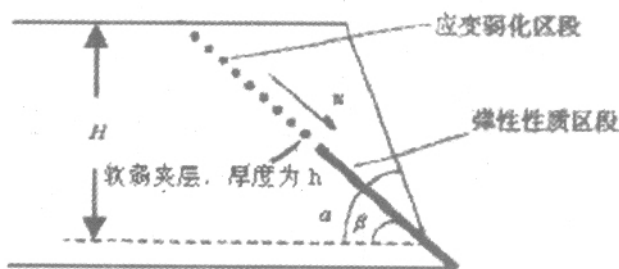


图 2 边坡系统平面滑动的力学模型

按照上述力学模型得到图 2 所示系统的总势能为:

$$V = l_s \int_0^u \frac{G_s u}{h} e^{-u/u_0} du + \frac{1}{2} \frac{G_s l_e}{h} u^2 - mg \sin \beta \quad (6)$$

其中  $l_s$ —弱化性质区段的滑面长度;

$l_e$ —弹性性质区段的滑面长度,且有  $l_s +$

$l_e = H / \sin \beta$ ;

$G_s$ —初始剪切模量。

现从系统总势能表达式出发,选取为状态变量,进行尖点突变分析得到平衡曲面为:

$$\frac{G_s l_e}{h} u e^{-u/u_0} + \frac{G_s l_e}{h} u - mg \sin \beta = 0 \quad (7)$$

尖点处的位移值为  $u = u_1 = 2u_0$ 。

经过数学代换可以得到尖点突变理论标准形式的平衡方程为:

$$x^3 + ax + b = 0 \quad (8)$$

式中  $x = (u - u_1) / u_1$ ,  $a = 3(k - 1) / 2$ ,  $b = 3(1 + k - k\xi) / 2$ ,  $k = G_e l_e e^2 / G_s l_s$ ,  $\xi = mgh \sin \beta / G_e l_e u_1$ 。参数  $k$  是软弱夹层弹性性质区段介质的刚度与对应于应变弱化区段介质本构曲线拐点处刚度的比值,简称刚度比;参数  $\xi$  是与岩体重量、系统几何尺寸和介质力学参数有关的量。

再根据分叉集方程  $4a^2 + 27b^2 = 0$  得到:

$$2(k - 1)^3 + 9(1 + k - k\xi)^2 = 0 \quad (9)$$

上式即为边坡快速失稳的充要力学判据。

由上述分析可知,当且仅当  $a \leq 0$  时,系统才能跨越分叉集发生突变,即:发生突变时  $k \leq 1$ 。

综合上面的分析可以得到以下结论:当控制变量满足  $2(k - 1)^3 + 9(1 + k - k\xi)^2 < 0$  ( $k < 1$ ) 时,边坡岩体系统由于内外因素的相互作用虽然处于极限平衡稳定状态,但是这些因素的微小变化不会引起平衡状态大的波动。

## 4.2 边坡系统变形演化的混沌现象

秦四清<sup>[4]</sup>考虑边坡系统失稳的动力学过程,根据分析得到非线性动力学模型为:

$$m\ddot{x} + \mu\dot{x} + cx^3 + cax + cb = A \cos \omega t \quad (10)$$

其中  $c = 2G_s l_s u_1 e^{-2} / 3$ ,  $\mu$  为粘滞阻尼系数,  $A$  为周期信号的幅度,  $\omega$  为周期信号的频率。

混沌是非线性系统的特性之一,它的基本特点之一是“对初始条件的极度敏感性”,即初始条件一个很小的变化总可以引起系统很大的响应结果,也就是所谓的“蝴蝶效应”,这种响应结果有着明显的不确定性。通过对式(10)的研究,发现斜坡在演化过程中有混沌现象出现。

在式(10)中,因为常数项对非线性方程的演化本质及特征影响甚微,为突出失稳的本质特征和使分析得以简化明了,略去常数项的影响。设外部影响输入信号振幅为可变参数,其余参数取定值,则式(10)变为:

$$\ddot{x} + p\dot{x} + nx^3 + qx = \frac{A}{m} \cos \omega t \quad (11)$$

其中  $p = \frac{\mu}{m}$ ,  $n = \frac{c}{m}$ ,  $q = \frac{ca}{m}$ 。

若取定  $p = 0.3$ ,  $q = -1$ ,  $n = 1$ ,  $\omega = 1.2$ , 当  $A/m$  由小到大逐渐变化时,可以得到式(11)不同的解。

当  $A/m < 0.3$  时,式(11)的解是周期振荡,而且周期是成倍增长;当  $A/m = 0.2$  时,解的振荡周期等于外部影响信号的周期;随着  $N_m$  的增大,振荡周期以 2 的几何级数增长,当  $A/m$  增大到某一临界值时,振荡周期变为无穷大,即系统不再具有周期性,于是就出现了混沌。这说明当外部影响信号的振幅逐渐增大时,边坡演化过程混沌现象,其通向混沌是通过振荡实现的。

## 5 结 语

5.1 边坡岩体系统作为开放体系,是由相互制约、相互联系的若干部分结合在一起的具有特定功能的整体,组成边坡系统的各个部分之间以及系统与外部环境之间的物质、能量和信息的交换使系统不断地实现无序→有序、平衡态→近平衡态→远离平衡态的演化和发展,从而表现出复杂的自组织特征。

5.2 通过建立边坡系统平面滑动模型,利用尖点突变理论推导出了边坡失稳演化过程的力学判据。

5.3 考虑边坡系统失稳的动力学过程,根据非线性动力学模型分析得出受外部影响的作用下,边坡在失稳演化过程中存在混沌现象。

## 参考文献:

- [1] 谢应齐,曹杰. 非线性动力学数学方法[M]. 北京:气象出版社,2001.
- [2] 刘军. 突变理论在岩石力学中的应用及发展趋势[J]. 自然杂志,2000,22(5):264-267.
- [3] 黄志全,崔江利,刘汉东. 边坡稳定性预测的混沌神经网络方法[J]. 岩石力学与工程学报,2004,23(22):3808-3812.
- [4] 秦四清. 斜坡失稳的突变模型与混沌机制[J]. 岩石力学与工程学报,2000,19(4):486-492.
- [5] 秦四清,王思敬. 斜坡滑动失稳演化的非线性机制与过程研究进展[J]. 地球与环境,2005,33(3):75-82.
- [6] 曾开华,刘雨敏,吴九红. 边坡变形破坏非线性动力学特征的分析与探讨[J]. 南昌水专学报,1998,17(4):16-20.

## Study on the Nonlinear Dynamics Method of the Evolution of Rockmass System of Slope

HUANG Jing - lin ,LIU Bao - xian

(School of Architecture and Civil Engineering ,Xihua University ,Chengdu, Sichuan 610039)

**Abstract:** To demonstrate the nonlinear features of the evolutionary process of rockmass slope system, In this paper the self - organizing feature of the rockmass slope system is described firstly ; Secondly, we establish a nonlinear dynamics model with the cusp catastrophe model and chaotic dynamics to analyze the evolution process of rockmass slope system. The mechanical criteria is obtained from the analysis , and the analysis also indicates that the rockmass slope system is of nonlinear mutagenicity and the chaos phenomenon really exists in the process of evolution.

**Key words:** Slope ; Nonlinear feature ; Nonlinear dynamics ; Cusp catastrophe model ; Chaotic dynamics

(责任编辑:张荣萍)