高职数学教育中数学建模研究

林立忠

(福建农业职业技术学院,福建 福州 350119)

【摘 要】数学建模对高职数学教育的改革起到积极作用,本文介绍数学建模教育的可行性及其思想与方法,以期进一步提高数学教学质量,提高高职学生对数学的学习兴趣与学习效率和成绩。

【关键词】高职数学 数学建模 数学教学

【中图分类号】O141.4-43 【文献标识码】A 【文章编号】1673-1891(2007)02-0128-04

一 高职数学建模教育的可行性

(一)以数学建模教学为体现数学应用性的切入点

面对目前高职数学教育中出现的,诸如学生的数学学习积极性不高,学习兴趣不大,数学考试成绩不理想,数学学习无用论等问题。为了解决这些问题,应该从重视数学教育对学生能力及素质培养的角度出发,教导高职学生学会运用数学的立场、观点、方法去看待问题、分析问题和解决问题,面对纷繁复杂的局面,学会找规律、找关系、找模式,树立理性主义的世界观、认识论和方法论。为此,以联系数学理论和实际问题的桥梁和纽带的数学建模教育为切入点,在数学建模教育中贯彻案例教学,是一个很好的思路。

(二)高职数学建模教学应坚持案例教学

坚持在高职数学建模教学中采用案例教学法,是较好地提高学生的学习积极性,提高数学学习兴趣,感悟数学学习价值的很好途径,最终可以有效提高高职数学教学的教学质量。

由于高职学生普遍缺少足够的数学建模能力和相应的数学建模教育,导致高职学生难以体验到数学应用性的特点,因而数学学习兴趣不高。数学在实际生活中的运用,往往需要经过数学建模的过程。数学建模能力不足,就会难以体验数学的运用,从而感觉不到数学的应用性,导致数学学习兴趣不高。案例教学法所具备的目的性、拟真性、启发性等特点,能够为学习提供较好的建模练习,而且案例教学中提供的模型一般都具有很强的实际应用性,能够为解决特定的实际问题提供十分有效的解决方法。

(三)数学建模教育要突出学生的主体地位

学生主体地位是指学生应是教学活动的中心,教师、教材、一切的教学手段,都应为学生的学习服务;学生应积极参与到教学活动中去,充当教学活动的主角。数学建模的特点决定了每一个环节的教学都要把突出学生主体地位置于首位,教学要激励学生大胆尝试,鼓励学生不怕挫折失败,鼓励学生动口表述,动手操作,动脑思考,鼓励学生要多想、多读、多议、多练、多听,让学生始终处于主动参与,主动探索的积极状态。

(四)数学建模教育要分别要求,分层次推进

在数学建模教学中,根据素质教育面向全体学生,促进学生全面发展的目标,教师要重视学生的个性差异,对学生分别要求,个别指导,分层次教学,对不同学生确定不同的教学要求和素质发展目标。对优生要多指导,提出较高的数学建模目标,鼓励他们大胆使用计算机等现代教育技术手段,多给予他们独立建模的机会,能独立完成高质量的建模论文;对中等程度的学生要多引导,多给予启发和有效的帮助,使中等程度的学生提高建模的水平,争取独立完成教学建模论文;对差生要多辅导,重点是渗透数学建模的思想,只需完成难度较低的建模习题,不要求独立完成数学建模小论文。当学生遇到困难时,教师应多鼓励的方式激励学生,通过师生融洽的情感交流,帮助学生增强信心,提高自信,进而克服困难,取得建模成功。

(五)数学建模教育要全方位渗透数学思想方法

收稿日期:2007-03-02

作者简介:林立忠(1968-),男,福建平潭人,在读硕士,副教授,研究方向:数学教育和代数密码。

数学思想方法是数学知识的精髓,是知识、技能转化为能力的桥梁，是数学结构中强有力的支往。由于建模数学面对的是千变万化的灵活的实际问题，所以建模过程应该是渗透数学思想方法的过程。首先是数学建模化归思想方法，还可根据不同的实际问题渗透函数的思想、方程的思想、数形结合的思想、逻辑划分的思想、等价转化思想、类比化归和类比联想及探索思想,还可向学生介绍消元法、换元法、待定系数法、配方法、反证法、解析法、归纳法等数学方法。只要我们在建模教学中注重全方位渗透数学思想方法，就可以让学生从本质上理解数学建模的思想，就可以把数学建模知识内化为学生的心智素质。

(六)数学建模教育要实行以推迟判断为特征的教学结构

所谓“推迟判断”就是延缓结果出现的时间,其实质是教师不要把“结果”抛给学生。推迟判断要注意两个方面:一是数学概念、定理、解题都要作为“过程”来进行;二是教师在聆听学生回答问题特别是回答错误问题或回答得不太符合教学设计的思路时,应该有耐心,不宜立即判断,教师应沉着冷静,精心组织学生与学生、学生与教师之间的教学交流。由于建模教学活动性强，教学成功的关键是教师要调动所有学生的探索欲望，积极参与教学过程。学生通过步步深入的积极思考探索,激发了思维,真正唤起主动参与的意识。教师通过启发诱导学生积极思考,组织学生进行热烈或紧张的讨论,问题就会逐渐明朗化,最终获得满意的建模方案。

二 在高职数学教学中融入数学建模思想和方法

在高职数学中适当渗透数学建模思想，可以使学生的学习进入“理论联系实践，实践又促进理论”良性循环。

(一)弄清、弄透概念的意义

数学概念是因为实际需要而产生的，因此在数学教学中应重视从实际问题中抽象出数学概念的过程,培养学生应用数学的兴趣。在高等数学中,导数的概念和定积分的概念是两个很重要的概念，所以在教学中应该要弄清、弄透它们的意义。

导数的概念是从几何曲线的切线斜率、物理学的变速直线运动的速度和交变电路的电流强度等实际问题抽象出来的。这已说明导数这一概念有广泛的实际意义，导数的意义是函数相对于自变量的瞬时变化率,以此为依据在解决所有变化的实际问题,这也是利用微分方程建立数学模型的基础。

为解决曲边梯形的面积、变速直线运动的位移,引入定积分的概念。定积分的基本思想是“化整为零取近似,聚零为整求极限”。定积分概念建立的关键是以局部取近似,以直代曲,应用抽象以常量代替变量。在所有定积分的应用问题中,分析微元是关键,而微元的建立均体现了这一意义。

(二)加深、推广应用问题

在高等数学中应用问题有很多，值得关注的有这三个问题：

1. 最值问题。用高等数学解决实际问题在导数的应用一章中学习的最值问题首当其冲。在教学中归纳出了最值问题的几个解题步骤，实际上已反映了很初级的数学建模思想。这部分内容在教学时应增加例题容量,开扩学生思路,并通过多种类型的练习,使学生掌握解决最值问题的方法,体会最值问题应用的广泛性。

2. 定积分的应用。“微元法”的思想具有广泛的用途。这一思想根植于定积分的概念,在教学中必须透彻地分析定积分的概念，使学生了解定积分概念建立的意义。只有这样才能使学生在解决实际问题应用微元法时,明确“欲积先分”的思想,分析微元是利用定积分解决实际问题的关键，同样在例题的选择和在作业题的布置方面加强应用问题的实例。

3. 微分方程建模。学习解微分方程就是为了解决实际问题，运用微分方程建立数学模型没有通用的规则方法。一般步骤,首先是确定变量,分析这些变量和他们的微元或变化率之间的关系,依照数学、物理、生物、化学、工程学等学科中的理论或经过实验得出的规律和定理建立起微分方程(包括定理条件),再对方程求解,并分析验证结果。微分方程概念的建立由实际引入，微分方程的求解可解决很多的实际问题，在教学中本着由浅入深的原则，多举实例,比如万有引力定律的发现,让学生了解到科学的发展过程中,数学起到了多么重要的作用。

(三)高等数学中数学模型的案例教学

案例教学,就是在课堂教学中,以具体案例作为教学内容,通过具体问题的建模范例,介绍数学建模的思想方法。在各章节学完之后,适当选编一些实际应用问题,引导学生进行分析。通过抽象、简化、假

设，确定变量、参数，确立数学模型，解答数学问题，从而解决实际问题。这样既使学生掌握了数学建模的方法，又使学生深刻体会到数学是解决实际问题的锐利武器，有利于教学中贯彻理论和实际相结合的原则，大大提高了学生分析问题和解决问题的能力。

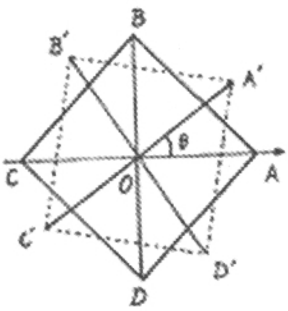
如 :在讲述了闭区间上连续函数的性质时，列举了下面两个与介值定理似乎风马牛不相及的问题，但是通过联想巧妙地将原问题转化成连续函数的零点存在问题，从而得到完满的证明。例 1 在一块不平的地面上，能否找到一个适当的位置而将一张方桌的四脚同时着地？

首先，假设

① 方桌的四个脚的构成平面上严格的正方形；

② 地面高度不会出现间断，亦即不会出现台阶式地面。

分析 :如图，以正方形的中心为坐标原点，当方桌绕中心转动时，正方形对角线向量 CA 与 X 轴所成之角为 θ。



设 A、C 两脚与地面距离之和为 $g(\theta)$，B、D 两脚与地面距离之和为 $f(\theta)$。不失一般性，设 $g(\theta)=0$。另外，方桌在任何时刻总有三只脚可以着地，既对任何 θ，$f(\theta)$ 与 $g(\theta)$ 中总有一个为零。由假设条件②，$f(\theta)$ 与 $g(\theta)$ 皆是 θ 的连续函数。

这样，把方桌问题归结为数学问题 :对连续函数 $f(\theta)$ 及 $g(\theta)$，$f(0)\geqslant 0$，且对任意 θ，皆有 $f(\theta)\times g(\theta)=0$。证明 :存在 θ_0，使 $f(\theta_0)=g(\theta_0)=0$。

证明：(1) $f(0)=0$ 若，则取 $\theta_0=0$ 即可证明结论。

(2)若 $f(0)>0$，则将方桌旋转 $\frac{\pi}{2}$，这时，正方形的对角线互换，故 $f(\frac{\pi}{2})=0$，$g(\frac{\pi}{2})>0$，构造函数 $h(\theta)=f(\theta)-g(\theta)$，则 $h(0)>0$, $h(\frac{\pi}{2})<0$

显然，$h(\theta)$ 是连续函数，由连续函数的介值定理，存在 $\theta_0\in(0,\frac{\pi}{2})$，使 $h(\theta_0)$，即 $f(\theta_0)=g(\theta_0)$，又由于 $f(\theta_0)\times g(\theta_0)=0$，故有 $f(\theta_0)=g(\theta_0)=0$

原问题得到解决。

思考题 如果将方桌改成长方形桌子，是否还有相同的结论？

例 2 如果某人第一天上午八点从山下出发，下午四点到达山顶 ;第二天上午八点从原路下山，那么必然存在某一地点，该人两天在同一时刻到达。

分析 :问题可转化为 :甲、乙两人同时相向出发，走相同路线，一个上山，一个下山，很显然必有某一时刻甲、乙两人在某一地点相遇。

证明：设甲乙的运动方程分别为 $S=S_1(t)$，$S=S_2(t)$，由题意可设 $S_1(0)=0$, $S_2(0)=S$ 及 $S_1(T)=S$, $S_2(T)=0$。其中 $t=0$ 为出发时刻，$t=T$ 为到达目的地时刻，S 为单程路长，作函数 $f(t)=S_2(t)-S_1(t)$，显然它是连续的。因为，$f(0)=S>0$, $f(T)=-S<0$，故由介值定理知存在时刻 $0<t_0<T$ 使当 $t=t_0$ 时，$f(t)=0$，即 $S_2(t)=S_1(t)$，这表明甲、乙两人相遇。

如 :在讲授微分学的几个基本定理、利用导数研究函数的性态时，引入了一些有关极值的数学模型。

例 3 (存贮费用优化问题) 仓储原料或货，对于企业、商业流通部门都是不可少的。存贮量过多导致占用资金过多、仓储费用过高等问题。而存贮量太少可导致存贮批次增多而增加订货费用等，可能造成的缺货还会造成经营的损失。只考虑订货费与存贮费的情况下如何使总费用最少？其中订货费用指每订一批货需付出的费用与订货的多少无关。而存贮费用与货物量及存贮时间成正比。

模型假设 :货物存贮时间以天为单位，货物量以吨为单位，每 T 天订货一次，每次订货量为 Q，每次订货费用为 C_1，每日每吨货物的贮存费用 C_2，每日对货物的需求量为 r，并假设存贮量降到零时立即补充。

问题分析：设任一时刻贮存量为 q，在假定下，$q=r\times T$，数量为 q 的货物贮存 T 天，贮存费用为 $C_2\times q\times T$，在贮存量均匀减少的情况下，贮存费 $A=\frac{1}{2}C_2qT$，从而，T 天内总费: $\overline{C}=C_1+\frac{1}{2}C_2rT^2$，取每天的平均费用为目标函数，记为 $C(T)$，则 $C(T)=\frac{\overline{C}}{T}=\frac{C_1}{T}+\frac{1}{2}C_2rT$、$C'(T)=\frac{C_1}{T^2}+\frac{1}{2}C_2r$，令 $C'(T)=0$ 得到 $T=\sqrt{\frac{2C_1}{rC_2}}$，又 $C''(T)=\frac{2C_1}{T^3}>0$，所以 $C(T)$ 在 $T=\sqrt{\frac{2C_1}{rC_2}}$ 取最小值。因此 $q=r\times T=\sqrt{\frac{2C_1r}{C_2}}$ 即为每批的订货量。

教学中,根据不同的教学内容,我们选编了相应的数学模型进行案例教学(如下表 1)。

表 1　教学内容与数学模型案例表

教学内容	数学模型案例
导数与微分	人口模型、净水器模型、最大收益原理、边际成本、边际收益
微积分及其应用	跟踪问题模型、Logistic、人口模型、生物竞争、布朗运动
级数	服药问题
极值问题	'牧童'经济模型、最优价价格模型、渔业资源管理
积分	曲边梯形面积、曲顶柱体积、单位时间的流量捕鱼成本

选编案例应遵循以下原则：

1. 鲜明的目的性。要密切结合教学实际，既有助于对教学内容的理解，又使通过对实际问题的不断对比、归纳、思考和领悟，用所学的知识给予解决，从而提高学生解决实际问题的能力。

2. 浓厚的趣味性。要选学生感兴趣的例题，使学生在趣味盎然的学习氛围中体会到数学建模的思想方法和实际应用过程。

3. 广泛的代表性。既要考虑到当今科学技术的飞速发展，各学科间的相互渗透，又要考虑到拓宽学生的知识面。案例涉及人口、生态、经济等平时接触过，但又不深入了解的普遍问题，这些问题的实际背景容易被接受，研究起来又饶有兴趣。

4. 高度的科学性。所选的案例要符合生活实际，使学生真正感到数学来源于生活实际，又能经得起实践的检验。

通过生动、赋予启迪的典型案例分析，使学生了解数学建模的建模过程，培养增强了学生的想象力、洞察力和创造力。同时培养学生建立数学模型的意识并能够建立起一些初步的数学模型。如果单独开设数学建模课程，只能成为一门选修课或者是个别专业的必修课，受益面仍然较小。因此，能够将数学建模思想渗透于高等数学教学中，既符合当前素质教育对高等数学教学提出的要求，也确实是一种切实可行的方法。

三 结语

数学建模活动的开展可以使我们认真地从数学教育哲学的角度来看待数学教育的双重目标，即数学教育要考虑数学的内在规律，并且要注重数学的社会实践要求。可以说，数学建模为我们认真思考高职数学教育目标作出了探索。

参考文献：

[1]姜启源. 数学建模[M]. 北京:高等教育出版社,1993.

[2]郑洲顺,李学顺. 数学建模课程与学生创新能力的培养[J]. 数学理论与应用. 2000,20(4):4－7.

[3]王荣琴. 高职教育中学生数学学习现状调查及教改实验研究[D]. 云南师范大学教育硕士论文,2005.

[4]罗芳. 数学建模教育与高职数学教育改革研究[D]. 湖南师范大学教育硕士论文,2004.

[5]李庆奎. 试论数学建构教学策略[J]. 辽宁师范大学学报,2000(4):60－62.

Study on Mathematics Mould Building in College Instruction

LIN Li－zhong

(Fujian Agricultural Vocation Technical College, Fuzhou, Fujian 350119)

Abstract: Mathematics mould building plays an important role in college mathematics instruction. In this article, the author manages to introduce the possibility, ideas and methods of building the moulds, expecting to gain the improvement in mathematics instruction and arouse the students' interest in math study.

Key words: Mathematics in college; Mathematics mould building; Mathematics instruction(责任编辑:张荣萍)