

混凝土重力坝坝体应力函数*

钱 波, 胡青龙

(西昌学院 工程技术系, 四川 西昌 615013)

【摘要】利用半逆解法和偏心受压截面法, 通过平衡条件和边界条件推算了平面应变坝体应力, 得出了坝体内任何一点的应力函数。

【关键词】混凝土重力坝; 应力函数; 半逆解法; 截面法; 微单元体

【中图分类号】TV642 **【文献标识码】**A **【文章编号】**1673-1891(2007)02-0050-03

1 基本思路

在砼重力坝坝体应力计算时, 坝体可视为均质、连续、各向同性的弹塑性材料的平面应变问题, 理论上可从物理方面、应力应变方面、静力学方面求解边值问题的条件的偏微分方程^[1], 但边界条件 (分为应力边界条件、应变边界条件和混合边界条件) 的复杂性, 直接求解应力函数非常困难。可采用半逆解法^[1]和偏心受压法^[2], 沿坝纵向取单位长度的坝段来研究, 这样的坝段可以认为是固接在地面岩石基础上的矩形变截面悬臂梁^[3]。应力计算的实质是利用截面法, 在坝体不同高度上用水平截面将坝体截断, 取计算截面以上的坝体为研究对象, 计算各个不同计算截面上各个点的应力, 即横截面上各点处的微元体上的应力: 水平方向上的正应力 σ_y 和剪应力 τ_y 、竖直方向上的正应力 σ_x (竖直方向上的剪应力 τ_x , 由剪应力互等可知在数值上 $\tau_x = \tau_y$)。

2 相关规定

按混凝土重力坝规范^[4], 坝体不允许出现拉应力, 故规定单元体上: 正应力以压应力为正, 剪应力以绕单元体顺时针为正, 载荷规定水平指向下游为正, 竖直指向下方为正; 各种载荷对所取截面中心的力矩顺时针转向为正。采用直角坐标, 将坐标原点取在计算截面的上游端点。且计:

ΣG 为作用在坝体计算截面以上的各种载荷的竖直分力总和; ΣP 为作用在坝体计算截面以上的各种载荷的水平分力总和; ΣM 为作用在坝体计算截面以上的各种载荷对截面中心的力矩总和。

3 坝体应力计算

3.1 微元体上正应力 σ_y 的计算

显然 σ_y 应是微元体位置 (x, y) 的二元函数。当给定一个计算截面后, 既 y 为一常量, 各种外载荷在竖直方向分量 (泥沙压力、水压力、混凝土自重、泥沙压力、扬压力等) 都是一次函数, 由半逆解法可假设 σ_y 也是 y 的一次函数。在某一计算截面上, 由于作用在计算截面以上坝体的载荷对计算截面中心的力矩均为 x 的一次函数, 可知 σ_y 同时也是 x 的一次函数, 从而 σ_y 应是微元体位置 (x, y) 的二元一次函数。

给定某一计算水平截面时 (y 为一定值, 下同), σ_y 沿 x 方向按线性分布, 假定其计算式为:

$$\sigma_y = a + bx \quad (1)$$

其中 a 、 b 可由边界条件确定, 即 $x=0$ 时, $\sigma_y = a = \sigma_y'$, $x=B$ 时, $\sigma_y = a + bB = \sigma_y''$ 。且: σ_y' 为计算截面上游边缘处的 σ_y 的值; σ_y'' 为计算截面下游边缘处的 σ_y 的值; B 为计算截面的坝体宽度。

设 A 是计算截面面积, 则 $A = B \cdot y$, 故根据偏心受压公式计算可得:

收稿日期 2007-03-06

*基金项目 本文为“西昌学院 2006 年度自然科学研究项目(XA05-01)”部分成果。

作者简介 钱波 (1969-) 男, 讲师, 硕士研究生, 主要从事水利水电工程方向的教学和科研工作。

$$a = \sigma_y' = \frac{\sum G}{B} - \frac{6 \sum M}{B^2} \quad (2)$$

$$\sigma_y'' = \frac{\sum G}{B} + \frac{6 \sum M}{B^2} \quad (3)$$

即可求任一微元体上的正应力 σ_y 值:

$$\sigma_y = \frac{\sum G}{B} - \frac{6 \sum M}{B^2} + \frac{12 \sum M}{B^3} x \quad (4)$$

3.2 微元体上剪应力 τ 的计算

当 σ_y 是微元体位置 (x, y) 的二元一次函数时, 由平面应变问题的 Navier 平衡偏微分方程 (X, Y) 为坝体体力, 即常量)

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + X = 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + Y = 0 \end{cases} \quad (5)$$

可知计算截面上位置 x 处的剪应力 τ_y 的数值应是 x 的二次函数 (微分关系)。同时由剪应力互等, 在数值上有 $\tau_x = \tau_y$, 故剪应力统一用 τ 表示。则剪应力可用下面通式表示:

$$\tau = a_1 + b_1 x + c_1 x^2 \quad (6)$$

其中系数 a_1, b_1, c_1 可由边界条件和平衡条件确定: $x=0$ 时, $\tau' = a_1$, $x=B$ 时, $\tau'' = a_1 + b_1 B + c_1 B^2$ 。且: τ' 为计算截面上游边缘的剪应力; τ'' 为计算截面下游边缘的剪应力。

由平衡条件可知整个计算截面上的剪应力的总和应与计算截面以上坝体的水平方向的外载荷 $\sum P$ 平衡, 则: $\int_0^B (a_1 + b_1 x + c_1 x^2) dx = \sum P$ 。积分可得:

$$a_1 B + \frac{b_1}{2} B^2 + \frac{c_1}{3} B^3 = \sum P \quad (7)$$

利用上下游边缘的微元体平衡条件可求解 τ' 和 τ'' :

在计算截面上游边缘点处取一个微元体 (长度、高度分别为 dx, dy , 下同), 沿竖直方向建立平衡方程: $\sum Y = 0$ 。则有: $-\tau' dy - \sigma' dx + p' d \sin \varphi_1 = 0$

$$\text{即 } \tau' = \frac{p' d \sin \varphi_1}{dy} - \frac{\sigma' dx}{dy} = p' \left(\frac{dx}{dy} \right) - \sigma' \left(\frac{dx}{dy} \right)$$

, 但 $\frac{dx}{dy} = \tan \varphi_1 = n$, 得:

$$\tau' = \left(p' - \frac{\sum G}{B} + \frac{6 \sum M}{B^2} \right) n \quad (8)$$

式中: n 为上游坝面坡度;

p' 为作用在上游坝面微元体处的外载荷压力强度 (包括水压力、地震水压力、泥沙压力等)。

在计算截面下游边缘点取一微元体, 沿竖直方向建立平衡方程: $\sum Y = 0$, 同样可求得:

$$\tau'' = \left(\frac{\sum G}{B} + \frac{6 \sum M}{B^2} - p'' \right) m \quad (9)$$

式中: m 为下游坝面坡度;

p'' 为作用在下游坝面微元体处的外载荷压力强度 (包括水压力、地震水压力等)。

于是可以求出系数 a_1, b_1, c_1 :

$$\begin{cases} a_1 = \tau' \\ b_1 = \frac{2}{B} \left(\frac{3 \sum P}{B} - 2n \tau' - m \tau'' \right) \\ c_1 = \frac{2}{B^2} \left(n \tau' + m \tau'' - \frac{2 \sum P}{B} \right) \end{cases} \quad (10)$$

代入式 (6) 可以计算任一微元体上的剪应力 τ 。

3.3 微元体上正应力 σ_x 的计算

当坝体计算截面上的剪应力 τ 在数值上为位置 x 的二次函数时, 由式 (5) 可知微元体上正应力 σ_x 的数值应是位置 x 的三次函数, 故设:

$$\sigma_x = a_2 + b_2 x + c_2 x^2 + d_2 x^3 \quad (11)$$

其中 a_2, b_2, c_2, d_2 可由边界条件确定: $x=0$ 时, $\sigma_x = \sigma_x' = a_2$, $x=B$ 时, $\sigma_x = a_2 + b_2 B + c_2 B^2 + d_2 B^3$ 。且: σ_x' 为竖直计算截面上游边缘处的 σ_x 的值; σ_x'' 为竖直计算截面下游边缘处的 σ_x 的值。

同上所述, σ_x', σ_x'' 的计算, 可在计算截面上下游边缘处取微单元体, 利用平衡条件沿水平方向建立平衡方程: $\sum X = 0$, 可得:

$$\begin{cases} \sigma_x' = p' - \left(p' - \frac{\sum G}{B} + \frac{6 \sum M}{B^2} \right) n^2 \\ \sigma_x'' = p'' + \left(\frac{\sum G}{B} + \frac{6 \sum M}{B^2} - p'' \right) m^2 \end{cases} \quad (12)$$

同时利用平衡条件将作用在微元体上各力分别对计算截面上下游边缘处取平衡矩, 经过极其复杂的数学推导, 可以计算 a_2, b_2, c_2, d_2 :

$$\begin{cases} a_2 = \sigma_x' \\ b_2 = b_1 m + \tau'' \\ c_2 = c_1 m + \frac{1}{B} [2 \tau' + \tau'' + l(2Bc_1 + b_1) + \frac{3}{B} (p + l \tau)] \\ d_2 = \frac{1}{B} [\tau'' + \tau' - 2c_1 l - b_1 l - \frac{2}{B} (p - l \tau)] \end{cases} \quad (13)$$

式中: $l = m + n; p = p' - p''$ 。

将式 (13) 代入式 (11) 可求出任一微元体上的 σ_x 。

参考文献：

- [1] 徐芝纶等. 弹性力学[M]. 北京. 人民教育出版社, 1980: 13 – 40.
- [2] 罗跃纲等. 材料力学[M]. 北京: 科学出版社, 2004: 157 – 166.
- [3] 王英华等. 水工建筑物[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2004: 96 – 102.
- [4] DL5108 – 1999, 混凝土重力坝设计规范[S]. 北京 :中国电力出版社 2000.

Stress Function in Gravity Dam

QIAN Bo ,HU Qing – long

(Engineering Department of Xichang College , Xichang ,Sichuan 615013)

Abstract: Stresses of gravity dam with plane strain problem are deduced by method of half inverse – solution and method of eccentric tension section, which arrived at stress function in gravity dam satisfying the equilibrium condition and the boundary condition .

Key words: Gravity dam ;Stress function ;Method of half inverse – solution ;Method of section ;Micro – haploid.

(责任编辑 张荣萍)

~~~~~  
(上接 49 页)

YUAN Qian – sheng<sup>1</sup> ,HU Bin<sup>2</sup>

(1. Xichang College ,Xichang , Sichuan 615013 ;

2. Sichuan Vocational and Technical College ,Suining, Sichuan 629000)

**Abstract:** This article discusses the application of the trench cutters in the construction of the concrete cut – off wall, also introduces the characteristic and principle of the trench cutters.

**Key words:** Trench cutters; Concrete cut – off wall; Application

(责任编辑 张荣萍)