

# 自由落体与地面之间作用力公式的推导

郑焕武

(西昌学院 数理系, 四川 西昌 615022)

**【摘要】**由碰撞力的计算公式入手, 推出自由落体与地面相互作用力的计算公式为  $F = m \frac{H}{h} g$ , 其中  $H$  和  $h$  分别为物体下落时刻和触地时刻质心离地面的高度。

**【关键词】**自由落体; 地面; 作用力

**【中图分类号】**O313.4 **【文献标识码】**A **【文章编号】**1673-1891(2007)01-0030-02

笔者在《碰撞中的经典力学方法》一书中, 证明了碰撞力是恒力, 并推出了任意两个运动物体发生对心碰撞时, 碰撞力的计算公式为

$$F = \pm \frac{m_1 m_2 (u_1^2 - u_2^2)}{(m_1 + m_2) r_{1.2}} \quad (1)$$

式中  $m_1$  和  $u_1$  为施碰物体的质量和初速度,  $m_2$  和  $u_2$  为受碰物体的质量和初速度,  $r_{1.2}$  则是两物体刚接触时刻的质心距离。F 为两物体在碰撞过程中受到的碰撞力, 正号表示受碰物体受到的是碰撞推力为正, 负号表示施碰物体受到的是碰撞阻力为负。

由 (1) 式看出, 碰撞力的大小只与碰撞模型有关, 即不同物体的碰撞或相同物体以不同速度和不同部位的碰撞, 碰撞力都不相同, 但对于确定的碰撞模型, 即碰撞物体的质量、大小和碰撞部位 (指两物体刚接触时的质心距离) 以及初速度一经确定, 碰撞力就完全确定, 并为恒力。另外由 (1) 式还看出, 碰撞力与物体的恢复系数无关, 因此, 当碰撞物体及其初速度以及碰撞部位选定后, 无论是作弹性碰撞还是塑性碰撞, 碰撞力都是唯一的, 与碰撞性质无关。

如果将 (1) 式中的折合质量用  $\mu$  表示, 即  $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ , 则 (1) 式可改写为

$$F = \pm \mu \frac{u_1^2 - u_2^2}{r_{1.2}} \quad (2)$$

即碰撞力与两碰撞物体的折合质量和初速度的平方差成正比, 与两物体刚接触时的质心距离成反比。当初速度和质心距离给定时, 力的大小由两物体的质量决定。如有一质量为  $m$ , 半径为  $R$  的球 A,

当它在光滑地面上以速度  $u$  和另一质量相等大小相同的静止球 B 作对心碰撞时, 两球的折合质量  $\mu = \frac{1}{2} m$ , 这时由 (2) 式算出它们之间碰撞力的大小为

$$F = \frac{1}{2} m \frac{u^2}{2R} \quad (3)$$

式中  $r_{1.2} = 2R$  为两球刚接触时的质心距离。但如果将静止的 B 球固定在光滑地面上, 仍让 A 球以速度  $u$  与之作对心碰撞, 这时 B 球质量相对于 A 球质量可视为无穷大, 故两球的折合质量  $\mu = m$ , 由 (2) 式求得两球之间的碰撞力大小为

$$F = m \frac{u^2}{2R} \quad (4)$$

(4) 式中的折合质量等于 A 球的质量, 速度也只是 A 球的速度, 均与 B 球无关, 故  $R$  也就是 A 球的半径。事实上, (4) 式给出的是运动球 A 与固定球 B 作定点碰撞时, 它们之间的作用力, 由于是定点碰撞, 碰撞过程中系统的质心位移为零, 故 A 球的质心位移也为零, A 球的运动状态变化只是速度的变化, 因此 (4) 式中的  $2R$  不再有质心位移的概念, 故  $R$  只能是运动球 A 的半径。这就是说当 A 球与另一质量很大的静止球作定点碰撞时, 碰撞力的大小完全由施碰球 A 的质量、大小和初速度决定, 而与受碰静止重球的半径无关。这样一来, 受碰重球就可以随意换成其它任意的重物, 只要该物体处于静止, 并质量远大于施碰球 A 的质量即可, 如墙壁或地面等, 均能满足 (4) 式成立。

由以上讨论容易推出自由落体与光滑地面碰撞力的计算公式, 仍以 A 球为自由落体, 当 A 球由高

收稿日期 2006-10-23

作者简介: 郑焕武 (1941 - ) 男, 副教授, 主要从事物理教学和研究。

为  $H$  处自由下落时,到达地面的速度值为  $u = \sqrt{2gH}$ , 即  $A$  球以速度  $u = \sqrt{2gH}$  和光滑地面发生定点碰撞,碰撞力仍满足 (4) 式的形式,故将  $u = \sqrt{2gH}$  代入 (4) 式推得  $A$  球与地面之间碰撞力的大小为

$$F = m \frac{H}{R} g \quad (5)$$

(5) 式为自由下落球体与地面作用力的计算公式, $H$  为下落高度,它是球体自由下落时刻球心到地面的距离, $R$  为球半径,它是球体刚触地时球心(即质心)到地面的高度。

如果把落体球换成其它任意形状的物体,同时把物体刚触地时其质心离地面的高度换成  $h$  表示,则 (5) 式改写成

$$F = m \frac{H}{h} g \quad (6)$$

(6) 式就是本文要求推出的自由落体与光滑地面作用力大小的计算公式,式中  $H$  和  $h$  分别为物体下落时刻和触地时刻质心距离地面的高度。由 (6) 式看出,自由落体与地面之间作用力的大小跟物体的下落高度和质量成正比,跟物体触地时其质心到地面的高度成反比,比例系数为重力加速度,并因为  $H$  不能小于  $h$ ,故  $F$  总是大于物体重力  $mg$ 。

前面我们直接由碰撞力的计算公式推出自由落体与地面作用力的计算公式,下面我们还可以从物体在自由下落过程中的动量定理和与地面碰撞过程中的动量定理相比较后推出自由落体与地面碰撞力的计算公式。在自由下落过程中,物体只受到重力作用,设下落时间为  $\Delta t$ ,重力为  $mg$ ,并向下为正,则物体在自由下落过程中满足的动量定理为

$$mg\Delta t = mu - 0 = m\sqrt{2gH} \quad (7)$$

式中  $u = \sqrt{2gH}$  为物体从高  $H$  处自由下落到达地面时的速度,它就是物体与地面碰撞时的初速度。物体到达地面后和地面发生定点对心碰撞,设碰撞为非完全弹性碰撞,则到碰撞结束时,物体的质心未速度容易求出为

$$V = -eu = -e\sqrt{2gH} \quad (8)$$

式中  $e$  为物体与地面的恢复系数,并有  $0 \leq e \leq 1$ 。在碰撞过程中物体受到地面的碰撞阻力向上,与重力方向相反,取为负值,故由 (8) 式求得碰撞过程中物体满足的动量定理为

$$-F\Delta\tau = -meu - mu = -m(1+e)\sqrt{2gH} \quad (9)$$

式中  $F$  为自由落体与地面作定点碰撞过程中物体受到地面碰撞阻力的大小,由 (9) 式和 (7) 式容易求出该力为

$$F = (1+e)mg \frac{\Delta t}{\Delta\tau} \quad (10)$$

(10) 式中  $\Delta t$  为自由下落时间,它由下落高度决定,即

$$\Delta t = \frac{u}{g} = \frac{\sqrt{2gH}}{g} \quad (11)$$

而  $\Delta\tau$  则是物体到达地面后,与地面作非完全弹性定点碰撞的时间,笔者在《碰撞中的经典力学方法》一书中已给出球体以初速度  $u$  和固定物体作非完全弹性定点碰撞的时间为  $\Delta\tau = \frac{2(1+e)R}{u}$ ,其中  $R$  为球与固定物体刚接触时球心到接触点的距离,它相当于现在的自由落体刚着地时,由落体质心到地面的高度,故有自由落体与地面的碰撞时间为

$$\Delta\tau = \frac{2(1+e)h}{u} = \frac{2(1+e)h}{\sqrt{2gH}} \quad (12)$$

将 (11) 式和 (12) 式代入 (10) 式推得自由落体与地面作用力的计算公式仍由 (6) 式给出。

如果自由落体与地面的碰撞为完全弹性碰撞,即恢复系数  $e = 1$ ,将  $e = 1$  代入 (10) 式和 (12) 式后,再将所得结果连同 (11) 式一起解出自由落体受到地面作用力的大小仍由 (6) 式给出。同样将  $e = 0$  分别代入 (10) 式和 (12) 式,再将所得结果和 (11) 式联立,可求出自由落体与地面作完全非弹性碰撞时,自由落体受到地面碰撞力的大小还由是 (6) 式给出。由此得出自由落体与光滑地面的碰撞,无论是完全弹性碰撞还是非完全弹性碰撞和完全非弹性碰撞,它们之间碰撞力的大小均由 (6) 式给出。

参考文献:

- [1] 郑焕武. 碰撞中的经典力学方法 [M]. 四川科学技术出版社, 2004.

## The Formula Derivation from the Interaction Between the Free Falling Object and the Ground Force

ZHENG Huan - wu

(下转 35 页)

## 参考文献 :

- [1] 道尔顿著 [英]. 李家玉. 盛根玉. 潘道皓译. 夏炎校. 化学哲学新体系 [M]. 武汉 :武汉出版社, 1992.
- [2] 张嘉同著. 化学基本概念的演变 [M]. 太原 :山西教育出版社, 1998.
- [3] 《化学发展简史》编写组编著. 化学发展简史 [M]. 北京 :科学出版社, 1980.
- [4] 《化学思想史》编写组编著. 化学思想史 [M]. 长沙 :湖南教育出版社, 1986.
- [5] [日] 原光雄著. 黄静译. 近代化学的奠基者 [M]. 北京 :科学出版社, 1986.
- [6] 赵匡华著. 化学通史 [M]. 北京 :高等教育出版社, 1990.
- [7] 《化学发展简史》编写组编著. 化学发展简史 [M]. 北京 :科学出版社, 1980.
- [8] 凌永乐著. 原子量的测定 [M]. 北京 :科学出版社, 1985.
- [9] 凌永乐著. 原子量的测定 [M]. 北京 :科学出版社, 1985.
- [10] 赵匡华著. 化学通史 [M]. 北京 :高等教育出版社, 1990.

## Research on the Reasonableness of Dalton's "the Rule of the Simplest" in Atomic Theory

JIANG Zhong - guo, HUANG Da - sheng, ZHOU Xiao - hong  
(Biochemistry Department, Xichang College, Xichang, Sichuan 615022)

**Abstract:** Some of the history books on chemistry hold such a view that the "the rule of the simplest", put forward by Dalton in his atomic theory, is personal, hurried, and unscientific. Through researching and studying the background of the latest scientific atomic theory, the paper tries to analyze the scientific method of measuring atomic weight by Dalton, Berzelius and Cannizzaro, etc, to illustrate the reasonableness, necessity of "the rule of the simplest" and its importance to measure atomic weight.

**Key words:** Dalton ; Atomic theory ; The rule of the simplest

(责任编辑 张荣萍)

(上接 31 页)

(Physics Department, Xichang College, Xichang, Sichuan 615022)

**Abstract:** From the formula of the collision, we can derive the formula of the interaction between the free falling object and the ground is  $F = m \frac{H}{h} g$ , H and h respectively stand for the height from the centre of mass to the ground for the moment of the object falling and touching the ground.

**Key words:** Free falling object; Ground; Interaction

(责任编辑 张荣萍)