

# 消费者剩余的一种数学表述\*

杨晓荔

(西昌学院 经济管理系, 西昌 四川 615013)

**【摘要】**本人在教学过程中,对消费者剩余进行思考,给出另一种数学表述,得到一个消费者剩余的数学表达式: $\overline{CS} = E[P(q_i, \theta_i) - P_0]$

**【关键词】** 消费者剩余; 价格; 数学期望;

**【中图分类号】** F224 **【文献标识码】** A **【文章编号】** 1673-1891(2006)01-0114-02

人们常有这样的体验,当上街购物时,看见一件自己称心如意的商品,心里想,如果它的价格在X元以下就买下。如果价格为 $X - a$  ( $0 < a < X$ )元,刚好在自己的期望范围,经一番讨价还价之后以 $X - b$  ( $a < b < X$ )元成交。此时,消费者感到满足,物品的购入比自己愿意付出的少了b元。经济学中,把这个差额称为消费者剩余,用来解释一些经济现象。

消费者剩余是“消费者愿意对某物品所支付的价格与他实际支付的价格的差额。”消费者从消费某种物品中所得到的满足程度称之为效用。消费者消费某种物品获得的满足程度越高,效用就越大,满足程度越低,效用就越小。如果感到痛苦,那就是负效用了。该物品给消费者带来的效用决定了消费者的支付意愿,对某消费者而言,他愿意付出的价

格取决于他对该物品效用的评价和消费的数量。效用越大,愿意支付的价格越高,消费的数量越多,愿意支付的价格越低。

消费者消费某物品的消费量每增加一单位所增加的满足程度称之为边际效用。通过对消费者消费某种物品时,随着消费数量的增加,消费者生理和心理所发生变化的分析,得出边际效用递减规律:随着消费者对某种物品消费量的增加,他从该物品连续增加的消费单位中所得到的边际效用是递减的。也就是说,随着消费数量的增加,消费者对连续消费增加的单位物品所愿意支付的价格是逐渐降低的。例如,饥饿的人吃第一个面包、第二个面包、第三个面包...的过程中,其生理和心理反映都是不同的,满足程度逐渐降低。

数学作为一种工具,常用来表示经济理论。消费者剩余有如下表示法:  
设消费者愿意付出的价格为P需求量为Q,  
则需求函数为:

$$P = D(Q) \quad \text{这是一减函数。}$$

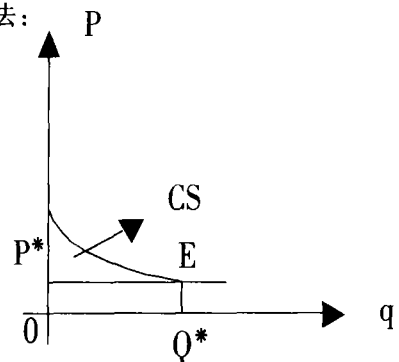
设市场价格为 $P^*$ ,某消费者购买数量为 $Q^*$ ,消费者剩余为CS,  
那么:

$$CS = \int_0^{Q^*} D(Q)dQ - P^*Q^*$$

其中  $P^* = D(Q^*)$

这个公式仅反映了某消费者在重复消费某一物品中,所呈现的心理现象。

但在现实生活中,消费者的支付意愿主要通过购物数量来体现。一般而言,消费者购物所支付的价格是由整个市场的供需关系决定的,不以某消费



者的愿望为转移,消费者个体的购物,仅占市场上一个微不足道的比例,无法影响市场价格。市场价格相对固定,是由生产企业或商业企业按照其销售策略和市场情况来确定的。显然,由于每一个消费者对某物品的效用评价不同,愿意支付的价格和购买

收稿日期:2005-12-05

\* 基金项目:本文是四川省重点研究课题 SA02-006 的研究成果。

作者简介:杨晓荔(1957- ),女,副教授,研究方向:经济数学及其应用。

数量不同,消费者剩余也不同,笔者试作用平均水平来表示某商品的消费者剩余  $\bar{C}_s$ 。从而用消费者剩余反映消费群体在消费某物品中的满足程度,可以作为反映市场的一个指标。

设某种商品的总销售量为  $Q$ , 市场价格为  $P_0$ , 第  $i$  位消费者购物数量为  $q_i$ , 效用评价为  $\theta_i$ , 愿意支付的价格为  $p(q_i, \theta_i)$ , 我们用  $\bar{C}_s$  来表示平均消费者剩余, 则:

$$\bar{C}_s = \frac{\sum_{i=1}^k q_i [P(q_i, \theta_i) - P_0]}{Q}$$

$$= \sum_{i=1}^k \frac{q_i}{Q} [P(q_i, \theta_i) - P_0]$$

(其中  $k$  表示购物的次数)

显然:  $Q = \sum_{i=1}^k q_i$

$$q_i \geq 0 \quad 0 \leq \frac{q_i}{Q} \leq 1 \quad \sum_{i=1}^k \frac{q_i}{Q} = 1$$

调查结果如下表:

|            |     |    |   |     |   |    |
|------------|-----|----|---|-----|---|----|
| $i$        | 1   | 2  | 3 | 4   | 5 | 6  |
| $q_i$      | 15  | 50 | 3 | 16  | 1 | 35 |
| $\theta_i$ | 1.5 | 2  | 1 | 1.5 | 1 | 2  |

由上表计算可得:

|                    |       |       |       |       |       |       |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $q_i$              | $q_1$ | $q_2$ | $q_3$ | $q_4$ | $q_5$ | $q_6$ |
| $p(q_i)$           | 0.125 | 0.417 | 0.025 | 0.133 | 0.008 | 0.292 |
| $p(q_i, \theta_i)$ | 30    | 10    | 27    | 29    | 29    | 25    |

所以,  $\bar{C}_s = E[p(q_i, \theta_i) - p_0] = -0.016$

说明消费者拥有不满足感, 如果有替代品, 就可

能转向购买, 企业应考虑对大客户实行价格优惠。

结论: 消费者剩余可用  $\bar{C}_s = E[p(q_i, \theta_i) - p_0]$  表述。

参考文献:

[1] 经济类数学教材编写组. 经济数学. 北京: 高等教育出版社, 2002.

[2] 梁小民. 西方经济学. 北京: 中央广播电视大学出版社, 20003.

致谢: 感谢课题主持人胡清林教授的指导。

## A Mathematical Express of Consumer Surplus

YANG Xiao - li

(Department of Economic Management, Xichang College, xichang, sichuan 615013)

Abstract: In this paper the author has given another mathematical Formula of Consumer Surplus:  $\bar{C}_s = E[p(q_i, \theta_i) - p_0]$

Key words: Consumer Surplus; Price; Mathematical Expectation