第 19 卷第 3 期
2005 年 9 月

西昌学院学报·自然科学版
Journal of Xichang College·Natural Science Edition

Vol.19,No.3
Sep., 2005

无限大均匀带电平面的场强与导体表面附近的场强

周继芳

（西昌学院 数理系，四川 西昌 615022）

【摘 要】无限大均匀带电平面的场强与导体表面附近的场强是《电磁学》中较为典型的两种场强，但也是学生常常混淆的一个问题。本文讨论了这两种带电体激发电场不同的原因。

【关键词】无限大；导体；电场强度；静电平衡；高斯定理

【中图分类号】Q441 【文献标识码】A 【文章编号】1673-1891(2005)03-0054-03

在《电磁学》的教学过程中，常有学生问这样的一个问题：无限大均匀带电平面两侧的电场强度$\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n}$，此公式对于靠近有限大带电面的地方也适用，即根据这个结果，导体表面外紧靠导体表面的场强也应是$\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n}$，但在静电平衡状态下导体表面外紧靠导体表面的场强却为$\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n}$，比前者大了一倍，为什么？

笔者就此问题谈一谈无限大均匀带电平面与导体表面附近某点的场强不同的原因。

先讨论电荷面密度为σ的无限大均匀带电平面两侧的电场强度。

因无限大均匀带电平面的电场具有平面对称性（对称面为带电面本身），即：与带电面距离相等的点，场强的大小相等；在带电平面的每一侧，各点的场强方向相同且与带电平面垂直，若σ>0，则场强的方向由带电平面指向场点，若σ<0，则相反。现在由静电场中的高斯定理来求解电场强度的大小。过场点P作一与带电平面平行的面元$\triangle s_1$，以$\triangle s_1$为底作一圆柱面为高斯面，且圆柱面的两底与带电面距离相等，轴线与带电平面垂直，如图1。由高斯定理有：

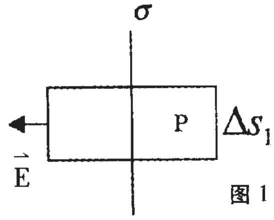

图 1

$$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \iint_{s\,侧}\vec{E}\cdot d\vec{s}+\iint_{s\,右}\vec{E}\cdot d\vec{s}+\iint_{s\,左}\vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} \qquad (2)$$

在侧面，因场强的方向与面元法向单位矢$\hat{n}$的方向垂直，即：$\vec{E}\perp d\vec{s}$。

$$\therefore \iint_{s\,侧}\vec{E}\cdot d\vec{s}=0$$

在两底面，场强大小处处相等，方向处处与底面的法向单位矢$\hat{n}$平行，

$\therefore$(1)式变为：$2\iint_s \vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$， 而$\sum q_i=\sigma\triangle s$

$\therefore 2E\triangle s_1=\frac{\sigma\triangle s_1}{\varepsilon_0}$ 故$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$$\therefore \vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n} \qquad (3)$$

其中$\hat{n}$为由带电平面指向场点的单位矢。

若带电平面处于均匀的各向同性的介质中时，由介质中的高斯定理$\oint_s \vec{D}\cdot d\vec{s}=\sum q_i$作相同的讨论，可得：$\vec{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n}$

再求静电平衡时，带电导体（电荷面密度为σ）表面外紧靠导体表面的场强。

先证明$\vec{E}$的方向。由于静电平衡时导体为一等势体，导体表面为一等势面，根据电力线与等势面正交的性质可知，紧靠导体表面的场强与导体表面垂直，若σ>0，则$\vec{E}$的方向由导体指向场强，若σ<0，则相

收稿日期：2005-06-01

作者简介：周继芳（1972- ），女，讲师，主要从事物理教学与研究。

反。

再证明$\vec{E}$的大小。

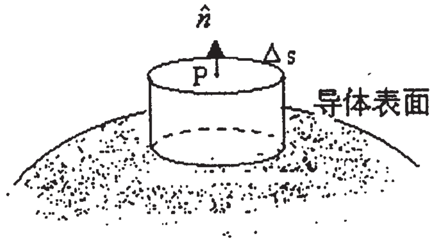

图2

如图2，在导体表面外紧靠导体表面处取一点P,过P点作一与导体表面平行的小面元Δs,且使Δs充分小,可认为其上的场强是均匀的,以导体表面的法线为轴线,作高度很小的圆柱面为高斯面,由高斯定理有：

$$\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} \qquad (4)$$

$$\Rightarrow \iint_{s\,侧}\vec{E}\cdot d\vec{s}+\iint_{s\,下底}\vec{E}\cdot d\vec{s}+\iint_{s\,上底}\vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} \qquad (5)$$

同理,在侧面上,$\vec{E}\perp d\vec{s}$，　$\therefore \iint_{s\,侧}\vec{E}\cdot d\vec{s}=0$,

因下底面位于导体内,$\therefore \vec{E}=0$

因此(5)式变为：$\iint_s \vec{E}\cdot d\vec{s}=\frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}=0$

Δs所包围的电量为：$\sum q_i=\sigma\Delta s$

$\therefore E\Delta s=\frac{\sigma\Delta s}{\varepsilon_0}$　　　$\Rightarrow E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$$\therefore\ \vec{E}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n} \qquad (6)$$

若导体紧贴电介质,则由$\oint_s \vec{D}\cdot d\vec{s}=\sum q_i$同理可得：

$\therefore\ \vec{E}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$

下面分析产生这两个电场大小不同的原因。图3为某达到静电平衡的导体的某一表面,把此导体表面分为两个部分，第一部分为电荷面密度σ所在处的小面元Δs,如图4;第二部分为除去Δs外的其余部分,如图5所示。假设P_a为导体外紧靠Δs中心的一点,P_b为导体内紧靠Δs中心的一点,由于P_a、P_b距Δs的距离很小,故对P_a、P_b两点而言,可把Δs视为无限大均匀带电平面，故由无限大均匀带电平面所产的场强可知,Δs在P_a、P_b两点处产生的场强P_{1a}和P_{1b}为：

$\vec{E}_{1a}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n}$, $\vec{E}_{1b}=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n}$

设除Δs外的其余部分的电荷在a、b两点处的场强分别为$\vec{E}_{2a}$和$\vec{E}_{2b}$。

$$则：P_a：\ \vec{E}_a=\vec{E}_{1a}+\vec{E}_{2a}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n}+\vec{E}_{2a} \qquad (7)$$

$$P_b：\ \vec{E}_b=\vec{E}_{1b}+\vec{E}_{2b}=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n}+\vec{E}_{2b} \qquad (8)$$

因P_b在导体内,而导体达到静电平衡时,导体内各点的$\vec{E}=0$,故$\vec{E}_b=0$。由(8)式得：

$$\vec{E}_{2b}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n} \qquad (9)$$

因$\vec{E}_2$在从P_b穿过Δs中心到P_a时是连续的,

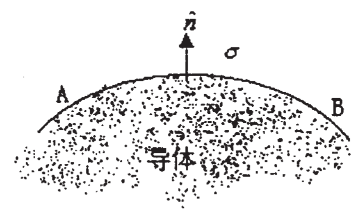

图 3

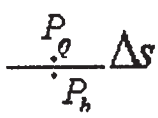

图 4

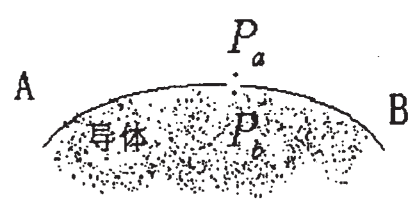

图 5

$\therefore \vec{E}_{2a}=\vec{E}_{2b}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n}$

$\therefore$a点的总场强为：$\vec{E}_a=\vec{E}_{1a}+\vec{E}_{2a}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{n}$,此即导体表面外某点的场强表达式。

由此可见，发生差异的原因就在于产生场强的场源电荷不同。在第一种情况下,无限大均匀带电平面是唯一的场源,而在第二种情况下,场源电荷应该包括该导体表面所有的电荷及其他带电体的电荷,这些电荷在导体内部激发的电场强度恰好相互抵消。也就是说,导体表面外P点的场强并非只是高斯面内的电荷的贡献，它是导体表面上全部电荷的合场强。若场中不止一个导体,$\vec{E}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$对每个导体表面

的每一点都成立，场中的每个带电导体都对$\vec{E}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{n}$中的电场强度产生影响，关于这一点，举例如下：图6中B为一孤立的带电导体球，静电平衡时，电荷在球面上均匀分布，设P点附近的电荷面密度为σ，由(6)

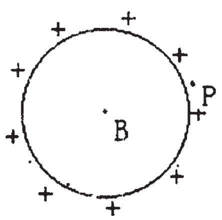

图 6

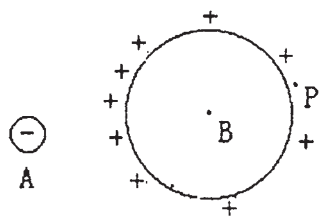

图 7

式知，球面附近任一点的场强均为$\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$。现将一个点电荷A置于B附近，如图7所示，它在B内将激发一个场强使得B内的$E\neq0$。故B内的自由电子将作宏观移动，从而使B球面上的电荷分布发生改变，直到B内各点的场强为0，设此时B球面上的电荷面密度为σ_1，故$E_p=\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}$。可见，虽然导体表面一点的电荷面密度$\sigma$与附近的场强关系的形式不受外界影响，但外界条件可以通过影响导体表面各点的电荷面密度来间接影响其附近的场强。也就是说，不管导体本身带电多少，也不管它附近是否存在影响它电荷分布的其他导体和带电体，只要它处于静电平衡状态，$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$都成立，E是所有电荷叠加后的合场强。

由以上讨论可见，由于激发电场的电荷分布不同，无限大均匀带电平面与无限大导体表面的场强必然不同。

参考文献：

〔1〕梁灿彬，秦光戎，梁竹键. 电磁学〔M〕. 高等教育出版社，1997.

〔2〕江苏省师专物理教材编写组. 电磁学〔M〕. 南京工业学院，1987.

The Electric-field Strengthes of the Plane of Infinite Well-distributive Electrization and the Surface of Conductor

ZHOU Ji-fang

(Xichang College, Xichang 615022, Sichuan)

Abstracts: The electric-field strengthes of the plane of infinite well-distributive electrization and the surface of conductor are the two typical intensities in 《Electromagnetisus》 which are usually confured by the students. The paper analyzes the different reasons why the two conductors stimulate the electric-field.

Key words: Infinity; Conducotor; Electlic-field strength; Static electrity balance; The theory of gaussian