目标中含有模糊系数的线性规划

陈敬敏

（四川大学 数学学院，四川 成都 610065）

【摘　要】目标中含有模糊系数的线性规划，是模糊决策的一个重要内容。本文对目标中含有三角型模糊数的单目标问题给出了一种解法，并对目标中含有模糊系数的多目标问题作了重点讨论。

【关键词】模糊多目标线性规划；模糊数的序；模糊评价函数

【中图分类号】O159　【文献标识码】A　【文章编号】1673-1891(2005)02-0039-05

0　引言

数学规划作为解决最优化问题的一种重要手段，对它的研究由来已久。建立数学规划时，其目标函数及约束系数需要决策者事先确定。现实世界中诸多事物的不确定性，为估计这些系数的精确值造成了很大的困难。模糊规划的引入为解决此类问题提供了一种有效途径。许多作者对目标中含有模糊系数的情形作出了很好的讨论，参见〔2~6〕。本文从模糊数的序关系出发，对此类问题作出了讨论。

1　模糊数的序

在讨论之前先引入本文中将要用到的模糊序关系π。

1.[7] $\tilde{a}$，$\tilde{b}$为三角型模糊数。记由必然度[7]引入的序关系，$<_{TR}$为：

$\tilde{a}=(a;\underline{a},\bar{a})$，$\tilde{b}=(b;\underline{b},\bar{b})$，则

$$\tilde{a}<_{TR}\tilde{b}\Leftrightarrow ka+(1-k)\underline{a}\leqslant(1-k)b+k\underline{b} \tag{1}$$

其中$a,\underline{a},\bar{a},b,\underline{b},\bar{b}\in R$，$k\in[0,1]$

2.[8] 区间数之间的序关系$<_{LC}$

记$A=[\underline{a},\bar{a}]$，$B=[\underline{b},\bar{b}]$，$A_C=\dfrac{\bar{a}-\underline{a}}{2}$，$B_C=\dfrac{\bar{b}-\underline{b}}{2}$

$A=B\Leftrightarrow\underline{a}=\underline{b},\bar{a}=\bar{b}$

则定义
$$A<_{LC}B\Leftrightarrow\underline{a}\leqslant\underline{b}\wedge A_C\leqslant B_C\wedge A\neq B \tag{2}$$

由以上定义易知，$<_{TR}$及$<_{LC}$均不是完全序。

2　主要结果

两个模糊数$\tilde{a}$，$\tilde{b}$，用模糊序关系π进行比较，有如下几种情形：

I) $\tilde{a}\ \pi\ \tilde{b}$，$\tilde{b}\not\pi\ \tilde{a}$

II) $\tilde{b}\ \pi\ \tilde{a}$，$\tilde{a}\not\pi\ \tilde{b}$

III) $\tilde{a}\not\pi\ \tilde{b}$，$\tilde{b}\not\pi\ \tilde{a}$

IV) $\tilde{a}\ \pi\ \tilde{b}$，$\tilde{b}\ \pi\ \tilde{a}$

这里 $\not\pi$ 指$\tilde{a}$，$\tilde{b}$不具有关系π．对于III)，IV)两种情形，我们都认为$\tilde{a}$，$\tilde{b}$无法比较。例如，三角型模糊数$\tilde{a}$，$\tilde{b}$，当$\underline{a}=a=\underline{b}=b$，但$\bar{a}\neq\bar{b}$时就有$\tilde{a}<_{TR}\tilde{b}$且$\tilde{b}<_{TR}\tilde{a}$．二者无法用序关系$<_{TR}$进行比较。又如，$k<\dfrac{1}{2}$时，$\tilde{a}=(5;3,7)$，$\tilde{b}=(4.9;3.1,8)$，也有$\tilde{a}<_{TR}\tilde{b}$且$\tilde{b}<_{TR}\tilde{a}$．

引理1．对三角型模糊数$\tilde{a}=(a;\underline{a},\bar{a})$，当$k>\dfrac{1}{2}$及$a>\underline{a}$时有：

$$ka+(1-k)\underline{a}>(1-k)a+k\underline{a}$$

引理2．对(1)式所定义的序关系$<_{TR}$，当$k>\dfrac{1}{2}$时，对形为$\tilde{a}=(a;\underline{a},\bar{a})$且$a>\underline{a}$的三角型模糊数，以及(2)式所定义的$<_{LC}$关系对区间数，模糊数之间的比较只为上述I)，II)，III)的情形，而且均不是自反的。

证明：只需证情形IV)及自反性不成立即可。

对$\tilde{a}=(a;\underline{a},\bar{a})$，$\tilde{b}=(b;\underline{b},\bar{b})$，$a>\underline{a}$，$b>\underline{b}$

$k>\dfrac{1}{2}$时，有$\tilde{a}<_{TR}\tilde{a}$不成立。

若有$\tilde{a}<_{TR}\tilde{b}$，$\tilde{b}<_{TR}\tilde{a}$，则有

$$ka+(1-k)\underline{a}\leqslant(1-k)b+k\underline{b}$$

收稿日期：2005-02-16

作者简介：陈敬敏(1975-)，女，讲师，研究方向：应用数学。

$kb+(1-k)\underline{b}\leqslant(1-k)a+k\underline{a}$

由引理1就有

$(1-k)a+k\underline{a}<ka+(1-k)\underline{a}\leqslant(1-k)b+k\underline{b}<kb+(1-k)\underline{b}$
$\leqslant(1-k)a+k\underline{a}$，矛盾。

$<_{LC}$关系显然。引理2证毕。

在以下讨论中，我们选取的序关系均满足：情形IV)不成立，且不具有自反性。

目标中含有模糊系数的单目标线性规划模型为：

$$\widetilde{\max}\quad \widetilde{C}(x)=\widetilde{a}_1x_1+\wedge+\widetilde{a}_nx_n \qquad (3)$$
$$s.t\quad x\in X=\{x\in R^n|Ax\leqslant b,x\geqslant 0\}$$

$\widetilde{\max}$是在模糊数的一般序关系意义下的模糊极大值，其解意义如下：

定义3 对模糊单目标线性规划问题（3），$x^*\in X$称为(3)关于序π的解，

若$\overline{\exists}x\in X$，使得$\widetilde{C}(x^*)\pi\widetilde{C}(x)$。

定理4 设（3）的目标函数系数为三角型模糊数，且不全为$\widetilde{a}=(a;a,\overline{a})$的形式，则它的目标函数可以写为：

$\widetilde{C}(x)=(c(x);\underline{c}(x),\overline{c}(x))$

若$x^*\in X$是线性规划问题(4)的最优解，则x^*是(3)关于$<_{TR}(k>\frac{1}{2})$的解。

$$(LP)\qquad \max\quad (1-k)c(x)+k\underline{c}(x) \qquad (4)$$
$$s.t\qquad x\in X$$

证明：若$x^*\in X$是LP(4)的最优解，则对$\forall x\in X$，

$$(1-k)c(x)+k\underline{c}(x)\leqslant(1-k)c(x^*)+k\underline{c}(x^*) \qquad (5)$$

$k>\frac{1}{2}$，且目标系数中至少存在一个$\widetilde{a}_{i_0}$，有$\underline{a}_{i_0}<a_{i_0}$.

则目标函数的值总有$\underline{c}(x)<c(x)$成立。

若$\exists x\in X$，使得$\widetilde{C}(x^*)<_{TR}\widetilde{C}(x)$，则

$kc(x^*)+(1-k)\underline{c}(x^*)\leqslant(1-k)c(x)+k\underline{c}(x)$

由引理1，$(1-k)c(x^*)+k\underline{c}(x^*)<kc(x^*)+(1-k)\underline{c}(x^*)\leqslant(1-k)c(x)+k\underline{c}(x)$

这与(5)矛盾。定理4证毕。

目标中含有模糊系数的多目标线性规划模型为：

$$\widetilde{\max}\quad \widetilde{C}_1(x)=\widetilde{c}_{11}x_1+\widetilde{c}_{12}x_2\wedge+\widetilde{c}_{1n}x_n$$
$$\widetilde{\max}\quad \widetilde{C}_L(x)=\widetilde{c}_{L1}x_1+\widetilde{c}_{L2}x_2\wedge+\widetilde{c}_{Ln}x_n \qquad (6)$$
$$s.t\quad Ax\leqslant b$$
$$x\geqslant 0$$

其中$\widetilde{c}_{ij}\in F(R)$，$F(R)$为实模糊数之集，

$A=(a_{ij})_{m\times n}$，$b=(b_1,\wedge b_m)^T$，

$l=1,\wedge L,j=1,\wedge n$

模糊多目标规划(6)的目标值是含有模糊数的向量，比较时关系较一般向量复杂，故我们可以得到的解的意义也比普通的(弱)有效解弱。由于模糊数的比较不会出现情形IV)，故多目标模糊向量在序关系π下的比较可能为以下情形：

$\widetilde{C}_1=(\widetilde{C}_1(x^1),\widetilde{C}_2(x^1),\wedge,\widetilde{C}_L(x^1))^T$，$\widetilde{C}_2=(C_1(x^2),\widetilde{C}_2(x^2),\wedge,\widetilde{C}_L(x^2))^T$

i) $\widetilde{C}_i(x^1)\pi\widetilde{C}_i(x^2)$，$i=1,\wedge l$

$\widetilde{C}_i(x^1)\not\pi\widetilde{C}_i(x^2)$，$i=l+1,\wedge L$，其中$0\leqslant l\leqslant L$

ii) $\widetilde{C}_i(x^1)\pi\widetilde{C}_i(x^2)$，$i=1,\wedge l_1$；$\widetilde{C}_i(x^2)\pi\widetilde{C}_i(x^1)$，$i=l_1+1,\wedge l_2$

$\widetilde{C}_i(x^1)\not\pi\widetilde{C}_i(x^2)$，$\widetilde{C}_i(x^2)\not\pi\widetilde{C}_i(x^1)$，$i=l_2+1,\wedge L$

其中$0<l_1<l_2\leqslant L$

通过对模糊目标的比较，定义(6)的解如下：

定义5 对模糊多目标规划(6)，$x^*\in X$称为(6)关于序π的弱较优解，若$\overline{\exists}x\in X$，

使$\widetilde{C}_i(x^*)\pi\widetilde{C}_i(x)$对$i=1,\wedge L$均成立。

我们还可以进一步定义如下：

定义6 对模糊多目标规划（6），$x^*\in X$称为(6)关于序π的较优解，若$\overline{\exists}x\in X$，

使$\widetilde{C}_i(x)\not\pi\widetilde{C}_i(x^*)$对$i=1,\wedge L$均成立。

由定义显然有：$x^*\in X$是(6)关于序π的较优解$\Rightarrow x^*\in X$是(6)关于序π的弱较优解。

文[2-6]中对模糊多目标的处理，均是将其转化为经典多目标规划来求解，我们将要讨论的方法，则是通过引入模糊评价函数，从而将模糊多目标转化为模糊单目标后再求解。

定义7 $\widetilde{a}_i:X\to F(R)$是模糊映射，$\widetilde{a}_i(x)$是模糊数，$x\in X$.

$\widetilde{g}:\underbrace{F(R)\times F(R)\times\wedge F(R)}_{L个}\to F(R)$是模糊变换。

作模糊映射$\widetilde{h}:X\to F(R)$为：$\widetilde{h}(x)=\widetilde{g}(\widetilde{a}_1,\wedge,\widetilde{a}_L)=\widetilde{a}\in F(R)$满足

若$\widetilde{a}_i(x^1)\pi\widetilde{a}_i(x^2)$对$x^1,x^2,i=1,\wedge L$成立，则有$\widetilde{h}(x^1)\pi\widetilde{h}(x^2)$，称$\widetilde{h}$为(6)关于序$\pi$的模糊评价函数。

由定义7可知，当$\tilde{h}$是对单个模糊数的作用时，能够保持模糊数之间的序关系，即：

性质8 L=1时，$\tilde{h}(x)$满足：对$x^1, x^2 \in X$，若$\tilde{a}(x^1)\pi\tilde{a}(x^2)$，则$\tilde{h}(x^1)\pi\tilde{h}(x^2)$.

定义9 对模糊多目标规划(6)，关于π有满足定义7的模糊评价函数$\tilde{h}$，对$x^* \in X$，若$\overline{\exists}\, x \in X$，使得$\tilde{h}(x^*)\pi\tilde{h}(x)$，称$x^*$为(6)关于序$\pi$的$\tilde{h}$—模糊最优解。

故$x^* \in X$是模糊多目标规划(6)关于序π的$\tilde{h}$—模糊最优解的充要条件成为：

$x^* \in X$是FLP(8)关于序π的解。

(FLP) $\widetilde{\max}\ \tilde{h}(x)=\tilde{g}(\tilde{C}_1(x), \wedge, \tilde{C}_L(x))$　(8)

s.t　$x \in X=\{x \in R^n | Ax \le b, x \ge 0\}$

定理10 模糊多目标规划(6)关于序π的模糊评价函数$\tilde{h}$存在，则(6)关于序π的$\tilde{h}$—模糊最优解即是(6)关于序π的弱较优解。

证明：设$x^* \in X$是(6)的$\tilde{h}$—模糊最优解，即$x^* \in X$是FLP(8)的解，

故$\overline{\exists}\, x \in X$，使$\tilde{g}(\tilde{C}_1(x^*), \wedge, \tilde{C}_L(x^*))\pi\tilde{g}(\tilde{C}_1(x), \wedge, \tilde{C}_L(x))$

若$x^* \in X$不是(6)的弱较优解，则$\exists\, x \in X$，使得$\tilde{C}_i(x^*)\pi\tilde{C}_i(x)$对$i=1, \wedge L$成立。

由模糊评价函数的性质知

$\tilde{g}(\tilde{C}_1(x^*), \wedge, \tilde{C}_L(x^*))\pi\tilde{g}(\tilde{C}_1(x), \wedge, \tilde{C}_L(x))$，矛盾。

定理10证毕。

下面我们给出例子说明模糊评价函数存在。

命题11 $\tilde{a}_i \in F(R)$为三角型模糊数，令

$$\tilde{g}(\tilde{a}_1, \wedge, \tilde{a}_L)=\sum_{i=1}^{L}\alpha_i\tilde{a}_i$$

其中$\alpha_i \ge 0$为给定实数，则由此得到的

$$\tilde{h}(x)=\sum_{i=1}^{L}\alpha_i\tilde{a}_i(x) \qquad (9)$$

是(6)关于(1)所定义的序$<_{TR}$的模糊评价函数。

证明：需证对所有满足$\tilde{a}_i <_{TR} \tilde{b}_i$, $i=1, \wedge L$的三角型模糊数$\tilde{a}_i=(a_i; \underline{a_i}, \overline{a_i})$，$\tilde{b}_i=(b_i; \underline{b_i}, \overline{b_i})$，有$\tilde{g}(\tilde{a}_1, \wedge, \tilde{a}_L) <_{TR} \tilde{g}(\tilde{b}_1, \wedge, \tilde{b}_L)$成立。

由(1)知有：

$$ka_i+(1-k)\underline{a_i} \le (1-k)b_i+kb_i, i=1, \wedge L \qquad (10)$$

由扩展原理知：$\alpha_i\tilde{a}_i=(\alpha_i a_i; \alpha_i\underline{a_i}, \alpha_i\overline{a_i})$, $i=1, \wedge L$

$$\sum_{i=1}^{L}\alpha_i\tilde{a}_i(x)=\left(\sum_{i=1}^{L}\alpha_i a_i; \sum_{i=1}^{L}\alpha_i\underline{a_i}, \sum_{i=1}^{L}\alpha_i\overline{a_i}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{L}\alpha_i\tilde{b}_i(x)=\left(\sum_{i=1}^{L}\alpha_i b_i; \sum_{i=1}^{L}\alpha_i\underline{b_i}, \sum_{i=1}^{L}\alpha_i\overline{b_i}\right)$$

(10)分别对$i=1, \wedge L$乘α_i以后再迭加：

$$\sum_{i=1}^{L}\alpha_i(ka_i+(1-k)\underline{a_i}) \le \sum_{i=1}^{L}\alpha_i((1-k)b_i+k\underline{b_i})$$

即$k\sum_{i=1}^{L}\alpha_i a_i+(1-k)\sum_{i=1}^{L}\alpha_i\underline{a_i} \le (1-k)\sum_{i=1}^{L}\alpha_i b_i+k\sum_{i=1}^{L}\alpha_i\underline{b_i}$

故有$\sum_{i=1}^{L}\alpha_i\tilde{a}_i <_{TR} \sum_{i=1}^{L}\alpha_i\tilde{b}_i$，命题得证。

如果选择上述模糊评价函数，(6)关于序π的$\tilde{h}$—模糊最优解可以通过解

(FLP)　$\widetilde{\max}\ \sum_{i=1}^{L}\alpha_i\tilde{C}_i(x)$　(11)

s.t　$x \in X=\{x \in R^n | Ax \le b, x \ge 0\}$

而得到。

定理12 若$x^* \in X$是(6)关于序$<_{TR}(k>\frac{1}{2})$的较优解，则x^*是(6)关于序$<_{TR}$的$\tilde{h}$—模糊最优解。此处$\tilde{h}$由(9)式定义。

证明：$x^* \in X$是(6)的较优解，则

$\overline{\exists}\, x \in X$，使得$\tilde{C}_i(x)\ \pi\ \tilde{C}_i(x^*)$对$i=1, \wedge L$成立。故

$\forall x \in X, \exists i$，使得$\tilde{C}_i(x)\pi\tilde{C}_i(x^*)$

进而有：

$kC_i(x)+(1-k)\underline{C_i}(x) \le (1-k)C_i(x^*)+k\underline{C_i}(x^*)$

(12)

当$k>\frac{1}{2}$时，有

$kC_i(x)+(1-k)\underline{C_i}(x) \ge (1-k)C_i(x)+k\underline{C_i}(x)$对任意$x$成立。

于是，$\forall x \in X, \exists i$，使得$(1-k)C_i(x)+k\underline{C_i}(x) \le (1-k)C_i(x^*)+k\underline{C_i}(x^*)$

$x^* \in X$就是MOLP(13)的弱有效解。

(MOLP)　$\max\ (1-k)C_1(x)+k\underline{C_1}(x)$

$\max\ (1-k)C_L(x)+k\underline{C_L}(x)$　(13)

s.t $x \in X=\{x \in R^n | Ax \leqslant b, x \geqslant 0\}$

由定理4可知$x^* \in X$即是(6)关于序$<_{TR}$的$\tilde{h}$一模糊最优解。定理证毕。

构造模糊评价函数是求解多目标问题的一种途径。我们又注意到,实模糊数的α-水平集是一个区间数,带模糊系数的多目标规划就可以转化为带区间数系数的多目标规划。给定一个理想水平α,通过求α-水平集可以将(6)转化为:

$$\begin{aligned}&\max\quad [\tilde{C}_1(x)]_\alpha=[\tilde{C}_{11}]_\alpha x_1+\wedge+[\tilde{C}_{1n}]_\alpha x_n\\&\max\quad [\tilde{C}_L(x)]_\alpha=[\tilde{C}_{L1}]_\alpha x_1+\wedge+[\tilde{C}_{Ln}]_\alpha x_n\\&\text{s.t}\quad x \in X=\{x \in R^n | Ax \leqslant b, x \geqslant 0\}\end{aligned} \tag{15}$$

将(15)改写为带区间数系数的多目标规划的一般形式:

$$\begin{aligned}&\widetilde{\max}\quad A_1(x)=A_{11}x_1+\wedge A_{1n}x_n\\&\widetilde{\max}\quad A_L(x)=A_{L1}x_1+\wedge A_{Ln}x_n\\&\text{s.t}\quad x \in X=\{x \in R^n | Ax \leqslant b, x \geqslant 0\}\end{aligned} \tag{16}$$

其中$A_i(x)$,$A_{lk} \in P(I)$,$P(I)$为实数轴上一切区间数之集。

命题13 令$\tilde{g}$:$\underbrace{P(I)\times P(I)\times\wedge P(I)}_{L个}P(I)$,

$\tilde{g}(A_1,\wedge A_L)=\sum_{i=1}^{L}\alpha_i A_i$,**其中**$A_i \in P(I)$,$\alpha_i \geqslant 0$**为给定实数**,$i=1,\wedge L$

则$\tilde{h}$:$X \to P(I)$,$\tilde{h}(x)=\tilde{g}(A_1(x),\wedge A_L(x))$**是(16)关于$<_{LC}$的模糊评价函数。**

证明:需证若$A_i<_{LC}B_i$,$A_i=[\underline{a_i},\overline{a_i}]$,$B_i=[\underline{b_i},\overline{b_i}] \in P(I)$,$i=1,\wedge L$,**有**

$$\tilde{g}(A_1,\wedge A_L)<_{LC}\tilde{g}(B_1,\wedge B_L)$$

$$(A_i)_c=\frac{1}{2}(\overline{a_i}-\underline{a_i}),(B_i)_c=\frac{1}{2}(\overline{b_i}-\underline{b_i}),i=1,\wedge L$$

由$A_i<_{LC}B_i$**可知:**$\underline{a_i} \leqslant \underline{b_i} \wedge (A_i)_c \leqslant (B_i)_c$,**且**$A_i \neq B_i$,$i=1,\wedge L$

$$\tilde{g}(A_1,\wedge A_L)=\left[\sum_{i=1}^{L}\alpha_i\underline{a_i},\sum_{i=1}^{L}\alpha_i\overline{a_i}\right],\tilde{g}(B_1,\wedge B_L)=\left[\sum_{i=1}^{L}\alpha_i\underline{b_i},\sum_{i=1}^{L}\alpha_i\overline{b_i}\right]$$

$$(\tilde{g}(A_1,\wedge A_L))_c=\sum_{i=1}^{L}\alpha_i(A_i)_c,(\tilde{g}(B_1,\wedge B_L))_c=\sum_{i=1}^{L}\alpha_i(B_i)_c$$

由$\underline{a_i} \leqslant \underline{b_i}$**可知**

$$\sum_{i=1}^{L}\alpha_i\underline{a_i} \leqslant \sum_{i=1}^{L}\alpha_i\underline{b_i}$$

由$(A_i)_c \leqslant (B_i)_c$**可知**$(\tilde{g}(A_1,\wedge A_L))_c \leqslant (\tilde{g}(B_1,\wedge B_L))_c$

由$A_i \neq B_i$**可知**$\tilde{g}(A_1,\wedge A_L) \neq \tilde{g}(B_1,\wedge B_L)$

即是$\tilde{g}(A_1,\wedge A_L)<_{LC}\tilde{g}(B_1,\wedge B_L)$.**命题证毕。**

由命题13我们可以通过求解下列FLP(17),得到(6)的α-$\tilde{h}$一模糊最优解。

$$\text{(FLP)}\quad \widetilde{\max}\quad \sum_{i=1}^{L}\alpha_i A_i(x) \tag{17}$$

$$\text{s.t}\quad x \in X=\{x \in R^n | Ax \leqslant b, x \geqslant 0\}$$

3 实例分析

例1.

$$\begin{aligned}&\widetilde{\max}\quad \tilde{f}_1=\underline{5}x_1+\underline{6}x_2\\&\widetilde{\max}\quad \tilde{f}_2=\underline{3}x_1+\underline{8}x_2\\&\text{s.t}\quad 2x_1-x_2 \leqslant 2\\&\qquad x_1+2x_2 \leqslant 6\\&\qquad x_1,x_2 \geqslant 0\end{aligned} \tag{18}$$

其中$\underline{5}=(5;4,7)$,$\underline{6}=(6;4.5,7.5)$,$\underline{3}=(3;2,4)$,$\underline{8}=(8;6,10)$

取$\alpha_1=\alpha_2=0.5$,$k=0.6$,**(18)的$\tilde{h}$一模糊最优解成为通常的单目标问题的解:**

$$\begin{aligned}&\widetilde{\max}\quad 3.4x_1+5.95x_2\\&\text{s.t}\quad 2x_1-x_2 \leqslant 2\\&\qquad x_1+2x_2 \leqslant 6\\&\qquad x_1,x_2 \geqslant 0\end{aligned}$$

求解得$x^*=(2,2)^T$,**即是(18)关于$<_{TR}$的$\tilde{h}$一模糊最优解,最优值为:**

$\tilde{f}^*_1=22=(22;17,29)$,$\tilde{f}^*_2=22=(22;16,28)$

α-$\tilde{h}$一模糊最优解的例子可以类似给出。

参考文献:

[1] Yong-Jou Lai,Ching-Lai Huang,Fuzzy Multiple Objective decision Making,methods and applications [J],Springer-Verlang,Berlin,Heidelberg 1993,201~262.

〔2〕 Hsiao-Fan Wang,Miao-Ling Wang,A Fuzzy multi-objective linear programming,Fuzzy Sets and Systems,86 1997 61~72.

〔3〕 E.Stanley Lee,R.J Li Fuzzy multiple objective programming and compromise programming with pareto optimum〔J〕, Fuzzy Sets and Systems 53,1993 275~288.

〔4〕 Mohamed S Osman,Abou-Zai H.El-Banna,Stability of multi-objective nonlinear programming problems with fuzzy parameters〔J〕,Mathematics and Computers in Simulation 359 1993 321~326.

〔5〕 M.L Hussen,M.Abdel Aaty Maaty,The stability notions for fuzzy nonlinear programming problence〔J〕, Fuzzy Sets and Systems 85 1997 319~323.

〔6〕 Sakawa.M,Yumine.T,Interactive fuzzy decision-making for multi-objective linear fractional programming problems〔J〕, Large Scale Systems 5 1983 105~133.

〔7〕 G.Bortolan,R.Degani,A review of some methods for ranking fuzzy subsets〔J〕, Fuzzy Sets and Systems 32 1989 1~11.

〔8〕 Hisao Ishibuchi,Hideo Tanaka,Multi-objective programming in optimization of the interval objective function〔J〕,European Journal of Operational Research,48 1990 219~225.

Linear Programming with Fuzzy-numbered Cost Coefficients

CHEN Jing-min

(*Sichuan University*, *Chengdu 610065*, *Sichuan*)

Abstract: Linear programming with fuzzy-numbered Cost Coefficients,include of Single-objective and Multi-objective problems,is a important content in fuzzy decision makings.In this study,we give a solution to fuzzy single- objective linear programming problems with triangular fuzzy-numbered cost coefficients.The objective cost of fuzzy multi-objective linear programming problemsis hard to measure for it being a vecter with fuzzy number.So we focus on it in this paper.

Key words: Fuzzy multiple objective linear programming; Order of fuzzy numbers; Fuzzy evaluation function