

灰色模型与自回归模型组合在钟差短期预报中的应用研究

郭忠臣¹, 宋明洋^{1*}, 孙朋¹, 白洪伟¹

(宿州学院环境与测绘工程学院, 安徽 宿州 234000)

摘要: 研究卫星钟差预报的精度及稳定性对增强卫星导航系统的导航、授时等功能有重要作用。针对GM(1,1)模型在卫星钟差短期预报时存在的问题,引入AR模型对其预报结果进行修正,以提高钟差预报结果的精度和稳定性。实验结果表明:组合模型的预报精度较单一GM(1,1)模型有一定提高,其中铷钟的精度提高较为明显,铯钟的精度则提高较少;此外,组合模型的误差变化趋势与GM(1,1)模型相似,但稳定性相对更高。

关键词: 钟差; 短期预报; GM(1,1)模型; AR模型; 组合模型

中图分类号: P228 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-1891(2020)04-0053-05

Research on the Application of the Combination of Grey Model and Autoregressive Model in Short-term Clock Bias Prediction

GUO Zhongchen¹, SONG Mingyang^{1*}, SUN Peng¹, BAI Hongwei¹

(School of Environment and Surveying Engineering, Suzhou University, Suzhou, Anhui 234000, China)

Abstract: It is important to study the accuracy and stability of satellite clock bias prediction for enhancing the navigation and timing functions of satellite navigation system. Aiming at the defects of GM(1,1) model in the short-term forecast of satellite clock bias, AR model is introduced to modify the forecast result to improve the accuracy and stability of the clock bias forecast results. The experimental results show that the prediction accuracy of the combined model is improved compared to the single GM(1,1) model, of which the accuracy improvement of the rubidium clock is more obvious, and the accuracy improvement of the cesium clock is less obvious. In addition, the error trend of the combined model is similar to that of the GM(1,1) model, but the stability is relatively higher.

Keywords: clock bias; short-term prediction; GM(1,1) model; AR model; combined model

0 引言

卫星钟差是GNSS实现精确定位、导航等的重要参数之一,但IGS提供的精密钟差产品具有一定的延迟^[1-2],为满足用户实时性的使用要求,对卫星钟差的预报进行研究就具有一定的必要。

对钟差数据的变化趋势分析可知,钟差数据一般有单调递增钟差数据和单调递减钟差数据两种,因此钟差数据具有一定的线性特性,另外,研究表明,星载原子钟的频率总波动是由多种不同的噪声线性叠加而成的,这些均为钟差预报提供了可行性^[3]。当前,国内外学者主要使用的钟差预报模型有二次多项式模型^[4-5]、灰色模型(grey model, GM(1,

1))^[6-7]、自回归滑动平均(Autoregressive moving average, ARMA)模型^[8-9]、神经网络模型^[10-11]和Kalman滤波^[12-13]等。灰色模型是我国邓聚龙教授提出的一种预报方法,可以有效地解决数据少、贫和信息不确定性问题,具有所需样本少、抗干扰能力强等优点^[6]。GM(1,1)模型将模型指数固定为一阶,有些数据可能并不适应于GM(1,1)模型,因此若采用GM(1,1)模型进行预报,其预报精度不高,甚至有时会出现较大误差导致预报结果不理想。因此,本文针对GM(1,1)模型存在的问题,采用GM(1,1)模型与AR模型组合预报钟差,即使用AR模型对GM(1,1)模型的拟合残差进行预报,起到对GM(1,1)模型修正的作用,实现优势互补。

收稿日期: 2020-04-19

基金项目: 教育部产学合作协同育人项目(201802201036);安徽省高等学校自然科学基金项目(KJ2019A0670;KJ2019A0667);宿州学院教授(博士)科研启动基金项目(2017jb04);安徽省大学生创新创业训练计划项目(201910379140;201910379141);宿州学院产学研项目(2020xhx039)。

作者简介: 郭忠臣(1992—),男,安徽阜阳人,硕士,助教,研究方向:GNSS数据处理; *通讯作者:宋明洋(1999—),男,吉林长春人,本科,研究方向:GNSS数据处理。

1 预报模型

1.1 GM(1,1)模型

GM(1,1)模型是一种常用的灰色系统模型,其实质是一种外推预报方法,是由一个仅包含单变量的一阶微分方程构成的模型。现设有原始数据序列为 $X^{(0)}$:

$$X^{(0)}=\{x^{(0)}(1),x^{(0)}(2),\dots,x^{(0)}(n)\} \quad (1)$$

式中: n 为原始数据个数,与之相对应的为时间序列 t 。对原始序列进行累加形成一阶模块数据 $X^{(1)}$:

$$X^{(1)}=\{x^{(1)}(1),x^{(1)}(2),\dots,x^{(1)}(n)\} \quad (2)$$

由数据 $X^{(1)}$ 可以构成微分方程如式(3)。

$$\frac{dx^{(1)}}{dt}+ax^{(1)}=b \quad (3)$$

式中: a 表示模型的发展系数, b 表示灰色作用量, a 和 b 为GM(1,1)模型待求解的参数,可通过最小二乘原理求解参数 a 和 b ,其求解过程如下:

$$Y=BX \quad (4)$$

$$X=(B^T B)^{-1} B^T Y \quad (5)$$

式中: Y 表示常数项, $Y=[x^{(0)}(2),x^{(0)}(3),\dots,x^{(0)}(n)]^T$; X 表示待求解的参数矩阵, $X=[a \ b]^T$ 。

B 表示参数的系数矩阵,其表达式如式(6)。

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[x^{(1)}(1)+x^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(2)+x^{(1)}(3)] & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(n-1)+x^{(1)}(n)] & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

在模型参数 a 、 b 求出解后,可以得到一次累加数据模块 $X^{(1)}$ 的预报模型,表示式如式(7)。

$$x^{(1)}(k+1)=[x^{(0)}(1)-\frac{b}{a}]e^{-ak}+\frac{b}{a} \quad (7)$$

式中: k 表示参与建模的原始数据个数,由(7)式经过一次累减可以获取原始数据的预报公式,表达如式(8)。

$$x^{(0)}(k+p)=(x^{(0)}(1)-\frac{b}{a})e^{-a(k+u-1)}(1-e^a) \quad (8)$$

式中: u 为预报的个数。

在建立GM(1,1)模型前,需要检验原始数据的正负是否一致,若有正有负,则要给每个原始序列数据加一个常数,使原始数据的符号一致,然后根据上述原理建立GM(1,1)模型进行预报,最后从预报结果中减去所加的常数即为最终的预报结果。

1.2 AR模型

自回归(Auto Regressive, AR)模型是利用本身做回归变量的过程,即利用前面若干期数据的线性

组合来描述以后某时刻变量的线性回归模型,它是时间序列中的一种形式。假设一个时间序列为 y_1, y_2, \dots, y_n ,若是包含前面 p 期序列的线性组合以及误差项的函数,则称该模型为 p 阶自回归模型(简称AR(p)),其具体数学模型如式(9)^[14]。

$$y_t=\varphi_1 y_{t-1}+\varphi_2 y_{t-2}+\dots+\varphi_p y_{t-p}+e_t \quad (9)$$

式中: φ 表示AR模型参数, e_t 表示的是均值为0,方差为 σ 的白噪声。

对于AR模型参数的求解方法有很多种,其中最常见的主要有直接法和间接法两类,在众多解算方法中,最小二乘方法比较简单以及解算的参数精度高且具有无偏性等特性。因此,本文选取最小二乘方法求解AR模型参数,具体的数学模型如式(10)。

$$Y=H\varphi+\varepsilon \quad (10)$$

式中: $\varepsilon=[e_{p+1}e_{p+2}\dots e_N]^T$ 表示噪声矩阵, $\varphi=[\varphi_1\varphi_2\dots\varphi_p]^T$ 表示待估计的参数矩阵, $Y=[y_{p+1}y_{p+2}\dots y_N]$ 表示AR模型估计值的真值, H 表示AR模型参数的系数矩阵,具体结构如式(11)。

$$H = \begin{bmatrix} y_p & y_{p-1} & \dots & y_1 \\ y_{p+1} & y_p & \dots & y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{N-1} & y_{N-2} & \dots & y_{N-p} \end{bmatrix} \quad (11)$$

根据最小二乘原理可知AR(p)模型参数的计算公式如式(12)。

$$\hat{\varphi}=(H^T H)^{-1} H^T Y \quad (12)$$

使用AR模型进行预报,需要确定AR模型对样本序列的最佳阶数以获得最佳的预报效果。确定AR模型阶数 p 的检验准则主要有两类:白噪声检验准则、Akaike信息检验准则等,而Akaike信息检验准则比较常用,其中Akaike信息检验又包括三种检验准则:FPE准则、AIC准则、BIC准则,这三种检验准则在各自准则函数取得最小值时的阶数为最佳的阶数 p 。本文中选取FPE准则确定AR模型的阶数,其公式如式(13)^[15]。

$$FPE(M)=\frac{(N+M)}{(N-M)} PM \quad (13)$$

式中: N 表示总的样本数目, M 表示AR模型的阶数, PM 代表AR(M)拟合序列生成的均方差,其计算公式见式(14)。

$$PM = \frac{1}{N-M} \sum_{j=M+1}^N (y_j + \sum_{i=1}^M \varphi_i y_{j-i})^2 \quad (14)$$

式中: φ 表示求解的AR模型参数, y 为样本数据, N 代表样本总个数, M 代表AR模型的阶数。

1.3 GM(1,1)+AR模型

GM(1,1)+AR模型是种组合模型,可采用AR模

型对GM(1,1)模型预报结果进行修正,进一步提高预报精度,其主要预报过程如下:①对原始钟差序列作预处理,采用中位数粗差探测法对钟差数据进行检测并剔除粗差;②采用GM(1,1)模型对钟差序列建模,得到建模残差,同时使用GM(1,1)模型向外预报;③采用AR(p)模型对GM(1,1)模型建模残差构建模型,并对外预报;④取GM(1,1)模型和AR(p)模型向外预报值之和为最终钟差预报结果,最后对预报误差精度进行分析(图1)。

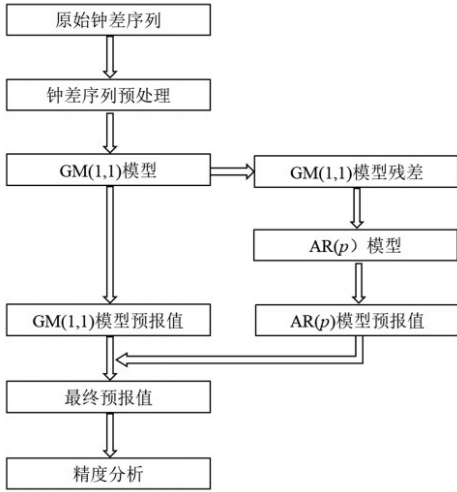


图1 GM(1,1)+AR模型的预报流程图

2 实验与分析

为了验证GM(1,1)+AR模型的预报结果是否优于GM(1,1)模型,选择IGS发布的2019.07.01~2019.07.02,2 d的采样间隔为5 min的最终精密钟差产品作为实验数据,根据GPS星载原子钟的种类不同,选取PRN22(IIRRB)、PRN24(IIFCS)、PRN26(IIFRB)和PRN29(IIR-MRB)4颗卫星进行实验。实验分别采用GM(1,1)模型和GM(1,1)+AR模型对钟差进行预报,以24 h数据建模预报接下来时长分别为6、12和24 h的钟差数据,并将预报结果与精密钟差产品进行对比,采用最大值(MAX)、最小值

(MIN)、平均值(MEAN)和均方根误差(RMS)对预报结果的精度进行统计。

图2~图5给出了每颗卫星的预报误差统计,由于篇幅限制,只显示了两种预报模式下4颗卫星24 h的预报误差曲线,见图中(a),图中(b)给出了分别预报6、12和24 h时,两种模型预报误差的RMS统计。

通过分析可知:

(1)GM(1,1)+AR模型的预报精度较单一GM(1,1)模型有所提高,对比GM(1,1)+AR模型和GM(1,1)模型预报6、12和24 h的RMS可知,PRN22的预报精度分别提高了52.76%、51.59%和40.39%,PRN26的预报精度分别提高了37.23%、35.89%和32.14%,PRN29的预报精度分别提高了59.52%、65.27%和23.06%,而PRN24的预报精度只提高了0.80%、0.20和0.11%,说明组合模型对铷钟钟差预报的改善效果较为明显,铯钟钟差预报的改善较小。

(2)GM(1,1)+AR模型较单一GM(1,1)模型预报结果的稳定性更高。对比两种模型预报误差的最大值和最小值可知,GM(1,1)+AR模型的误差波动范围小于单一GM(1,1)模型;不同预报时长下,GM(1,1)+AR模型的MEAN也均小于单一GM(1,1)模型;另外,组合模型的RMS随着预报时间的增长基本上在逐渐变大,而单一GM模型的RMS随着预报时间的增加会出现上下波动。

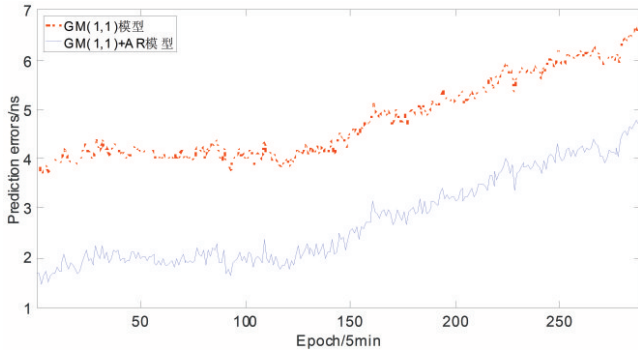
(3)由24 h预报误差的变化曲线和RMS对比可知,GM(1,1)+AR模型的预报结果趋势与GM(1,1)模型相似,但随着预报时间的增加,铷钟的预报误差变化趋势较铯钟更稳定,铯钟的误差曲线波动幅度较大,说明铷钟的稳定性总体上优于铯钟,目前,我国的北斗卫星导航系统基本上搭载的原子钟均为铷钟,这也从侧面说明了铷钟的稳定性较好。

3 结论

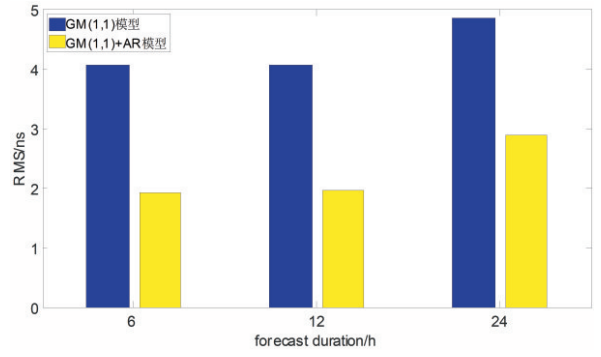
本文采用GM(1,1)模型与AR模型组合预报钟差,即使用AR模型对残差进行预报来修正GM(1,1)

表1 三种模型预报不同时长精度统计

卫星	预报模型	6 h				12 h				24 h			
		MAX	MIN	MEAN	RMS	MAX	MIN	MEAN	RMS	MAX	MIN	MEAN	RMS
PRN22	GM(1,1)	4.412	3.650	4.067	4.070	4.439	3.650	4.080	4.083	6.781	3.650	4.780	4.851
	GM(1,1)+AR	2.255	1.458	1.916	1.923	2.391	1.458	1.969	1.977	4.897	1.458	2.747	2.891
PRN24	GM(1,1)	8.819	-0.236	3.617	4.470	9.867	-0.236	5.734	6.411	9.867	-0.236	5.499	5.985
	GM(1,1)+AR	8.817	-0.687	3.403	4.434	9.867	-0.687	5.627	6.399	9.867	-0.687	5.446	5.978
PRN26	GM(1,1)	-5.062	-6.540	-6.018	6.038	-5.062	-6.961	-6.232	6.253	-5.062	-8.026	-6.877	6.921
	GM(1,1)+AR	-2.794	-4.282	-3.757	3.790	-2.794	-4.712	-3.976	4.009	-2.794	-5.795	-4.630	4.697
PRN29	GM(1,1)	5.820	3.682	4.715	4.749	5.820	2.688	4.076	4.153	5.820	-1.903	2.097	3.098
	GM(1,1)+AR	2.908	0.814	1.838	1.922	2.908	-0.164	1.207	1.443	2.908	-4.722	-0.754	2.384

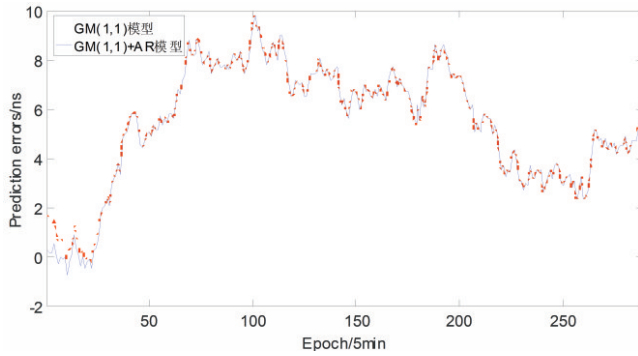


(a) 24 h 预报误差曲线

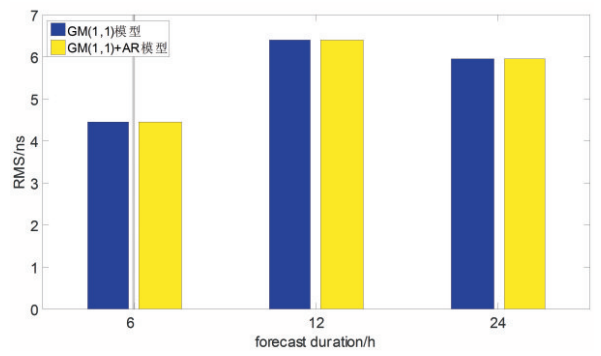


(b) 预报不同时长精度统计

图2 PRN22 预报结果统计

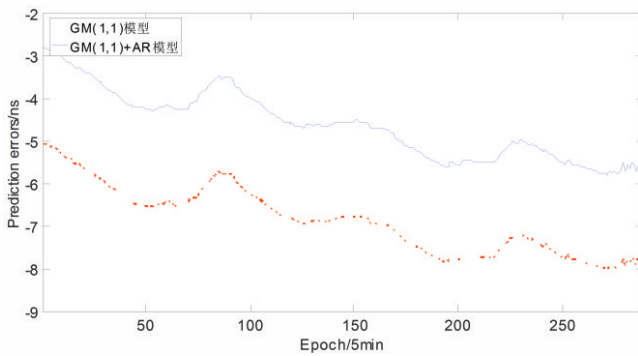


(a) 24 h 预报误差曲线

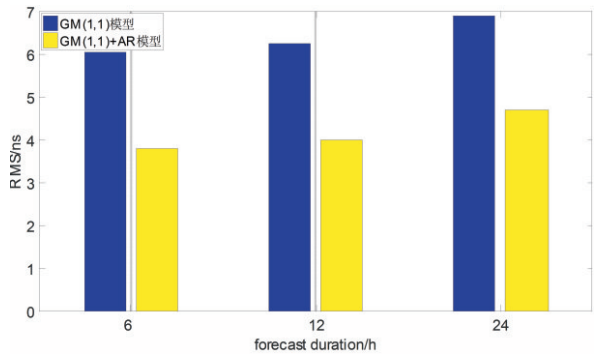


(b) 预报不同时长精度统计

图3 PRN24 预报结果统计

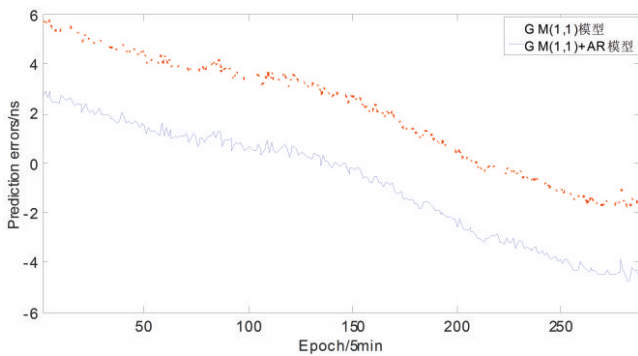


(a) 24 h 预报误差曲线

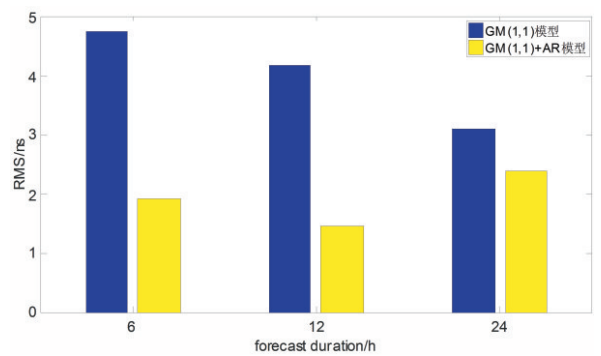


(b) 预报不同时长精度统计

图4 PRN26 预报结果统计



(a) 24 h 预报误差曲线



(b) 预报不同时长精度统计

图5 PRN29 预报结果统计

模型,以提高钟差预报的稳定性和预报精度。实验结果表明,一方面,组合模型的预报精度较GM(1,1)模型有一定提高且对于铷钟的预报精度提升更高,另一方面,组合模型的预报结果也更加稳定。鉴于

我国的北斗卫星导航系统所搭载的原子钟基本上均为铷钟,下一步将采用GM(1,1)+AR模型对我国北斗系统星载原子钟的钟差进行预报,以研究该模型与其适应度。

参考文献:

- [1] 姜诗奇,李博峰. ARIMA模型在卫星钟差短期预报中的应用[J]. 导航定位学报,2019,7(4):118-124.
- [2] 王建敏,李特,谢栋平,等. 北斗精密卫星钟差短期预报研究[J]. 测绘科学, 2020,45(1):33-41.
- [3] 王宇谱,吕志平,陈正生,等. 基于灰色模型与小波神经网络的卫星钟差预报方法[J]. 大地测量与地球动力学,2014,34(3):155-159.
- [4] 陈倩,陈俊平,于超,等. 北斗系统测站钟差短期预报模型比较及其在单星定轨中的应用[J]. 天文学报, 2020,61(2):53-63.
- [5] 王宇谱,吕志平,孙大双,等. 一种改进钟差二次多项式模型的导航卫星钟差预报方法[J]. 天文学报,2016,57(01):78-90.
- [6] 崔先强,焦文海. 灰色系统模型在卫星钟差预报中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2005,30(5):447-450.
- [7] 张清华,隋立芬,牟忠凯,等. 利用改进灰色模型的钟差预报算法及其精度分析[J]. 测绘科学, 2012,37(1):54-56+117.
- [8] 席超,蔡成林,李思敏,等. 基于ARMA模型的导航卫星钟差长期预报[J]. 天文学报,2014,55(01):78-89.
- [9] 李晓宇,杨洋,胡晓粉,等. 基于改进灰色ARMA模型的卫星钟差短期预报研究[J]. 大地测量与地球动力学,2013,33(01):63-67.
- [10] 黄观文,崔博斌,张勤,等. 附加周期和神经网络补偿的实时钟差预报模型[J]. 宇航学报,2018,39(01):83-88.
- [11] WANG Y, LV Z, QU Y, et al. Improving prediction performance of GPS satellite clock bias based on wavelet neural network [J]. GPS Solutions, 2016,21(2), 523-534.
- [12] 孙启松,王宇谱. 基于方差递推法的Kalman滤波在钟差预报中的应用[J]. 测绘与空间地理信息, 2016,39(6):93-95.
- [13] HUANG G, ZHANG Q. Real-time estimation of satellite clock offset using adaptively robust kalman filter with classified adaptive factors [J]. GPS Solutions, 2012,16(4):531-539.
- [14] 郭忠臣,徐波. 两种线性地球自转参数短期预报方法[J]. 沈阳大学学报(自然科学版),2017,29(6):505-510.
- [15] 王志文,王潜心,丁跃群,等. 一种改正LS+AR模型提高短期极移预报精度的方法[J]. 天文学报,2017,58(2):67-77.

(上接第40页)

电机组进行适应性改进和结构优化设计。通过对叶片气动外形、风机材料、表面涂覆等方面进行改进,规范高海拔低温型风电机组控制策略,减小机组承受载荷,优化功率特性曲线,提高发电量和发电效益。针对高海拔低温环境介电强度减弱等问题,采用增大电气间隙、修正电气耐压、提升绝缘强度等措

施,改进风力机电气设计。在散热、防腐、防雷等方面,采用合理的散热手段提升散热效率,研究有效的防凝露和防覆冰方法,制定安全的防雷技术方案。这些研究成果将为高原地区风力机设计制造提供技术指导,更好地帮助高海拔地区解决能源短缺问题,大力提升这些地区人民群众的生产生活水平。

参考文献:

- [1] International Renewable Energy Agency. Future of wind: deployment, investment, technology, grid integration and socio-economic aspects [R]. Abu Dhabi:IREA:2019.
- [2] 白树华,卢继平. 西藏高原的气候环境对风力发电的影响分析[J]. 电力建设,2006,27(11):37-40.
- [3] 谢生清. 高海拔风电机组发电机设计要求[J]. 工业技术创新,2016(4):711-714.
- [4] 张志英,赵萍,等. 风能与风力发电技术[M]. 北京:化学工业出版社,2015:284-285.
- [5] 张鹏举. 风电场空气密度对风电机组输出功率的影响[J]. 电力勘测,1999(9):50-52.
- [6] 王富,王杰,徐学渊. 高原风力发电机组的设计及改进[J]. 电站辅机,2009,110(3):19-22.
- [7] 郭宁,李春曦,叶学民. 风力机组防雷技术研究[J]. 风机技术,2015(4):76-83.