

短路电流为控制量的节点电压法分析

赵春江

(合肥学院电子信息与电气工程系,安徽 合肥 230601)

摘要:节点电压法是常用的电路系统分析方法之一,但当电路有短路线,并且短路电流是受控源控制量时,无法利用传统的节点电压方程的标准形式正确求解这类电路。讨论并分析了这类问题,得出在不改变电路原有网络拓扑结构的情况下,只有把短路电流(即控制电流)当作电流源时,才能得出正确的结果,并且给出了这种情况下合理的解释。该解释扩展了用节点电压法的标准形式求解电路的应用范围,完善了节点电压法通用的求解形式,更有利于以后的教学。

关键词:节点电压法、受控源、短路电流、控制量

中图分类号: TM133 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-1891(2019)04-0058-03

Analysis on the Node Voltage Method for Short-circuit Current as Control Quantity

ZHAO Chunjiang

(Department of Electronic Information and Electrical Engineering, Hefei University, Hefei, Anhui 230601, China)

Abstract: The node voltage method is one of the commonly used circuit system analysis methods, but when short circuit occurs in the circuit and the short-circuit current is the control quantity of the controlled source, it is not possible to correctly solve such circuits using the standard form of the traditional nodal voltage equation. This paper discusses and analyzes such issues, and it is concluded that the correct result can only be obtained if the short-circuit current (the control current) is used as the current source without changing the circuit structure. And a reasonable explanation is given for this situation. This interpretation expands the application range of the circuit solution through standard form of the node voltage method, and improves the general solution form of the node voltage method, being more helpful to the future class teaching.

Keywords: node voltage method; controlled source; short-circuit current; control quantity

0 引言

节点电压法是以节点电压为未知量分析电路的方法,是求解线性电路的一种常用的方法。在国内的教材和授课过程中,往往会把节点电压法归纳推广为一般的节点电压方程的标准形式,只要记住该方程形式各个系数的含义,学生就可以利用该标准形式求解节点电压,从而得到电路的响应^[1-6]。

例如一个具有 $n+1$ 个独立节点的电路, n 个节点电压方程的标准形式为:

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + \cdots + G_{1n}u_{nm} = i_{s11} \\ G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + \cdots + G_{2n}u_{nm} = i_{s22} \\ \cdots \\ G_{m1}u_{n1} + G_{n2}u_{n2} + \cdots + G_{mm}u_{nm} = i_{smm} \end{cases} \quad (1)$$

式中, u_{nk} 为未知待求的节点 k 的节点电压; G_{kk}

为节点 k 的自电导,恒为正; G_{jk} 为节点 j 和节点 k 之间的互电导,恒为负; i_{skk} 为流入节点 k 的所有电流源电流的代数和,这里的电流源也包括由实际电压源经等效变换得到的电流源。

节点电压方程的标准形式简单,规律性较强,学生只要多加练习,就可以较容易地掌握并运用。但当应用节点电压方程的标准形式(式1)求解电路时,还是会遇到一些问题。如对于含有短路支路,并且该支路电流是受控源控制量时,仍然采用传统的标准形式就无法得出正确的结果。

1 问题的提出

例1:电路如图1所示,试用节点电压法求电流 i_1 。

分析图1电路会发现,该电路具有一条短路线,并且短路线上的电流就是受控电源的控制量。

收稿日期:2019-03-27

基金项目:“电子信息工程”安徽省级教学团队项目(2017JXTD035);合肥学院项目:电子信息工程专业——电子工程技术专业方向模块改革与实践(2018XJY120)。

作者简介:赵春江(1975—),男,江苏南通人,副教授,博士,研究方向:信息处理技术。

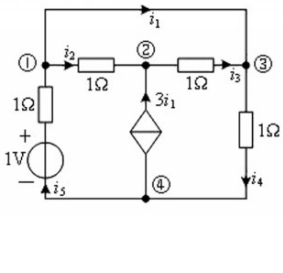


图1 例1电路图

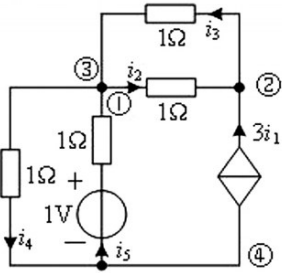


图2 例1合并节点后的电路图

由于短路线两端的节点1和节点3是等电位的,我们可以把它们合并在一起,结果如图2所示。

按照式1的节点电压方程的标准形式求解电路,设节点4为参考节点,节点1和节点2的节点电压方程为:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1}\right)u_{n1} - \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1}\right)u_{n2} = \frac{1}{1} \\ -\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1}\right)u_{n1} + \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1}\right)u_{n2} = 3i_1 \end{cases} \quad (2)$$

该题还需要一个增补方程,含有受控源的增补方程的列写原则是用未知量表示控制量,在图2中,由于节点1和节点3的合并,控制量*i*₁消失。但我们从图1可以得到节点3的KCL(基尔霍夫电流定律)为:

$$i_1 = i_4 - i_3 \quad (3)$$

而*i*₃和*i*₄可以用节点电压表示,因此增补方程为:

$$i_1 = \frac{u_{n1}}{1} - \frac{u_{n2} - u_{n1}}{1} \quad (4)$$

由式2和式4,得到

$$i_1 = 0.5A \quad (5)$$

虽然用上述方法可以求解电路,但短路线电流是受控源的控制量,故节点1和节点3是两个不同的独立节点,因此我们不用合并这两个节点,仍然可以利用式1的标准形式求解电路。设节点4为参考节点,节点1至节点3的节点电压方程为式6,整理为式7。

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1}\right) \times u_{n1} - \frac{1}{1} \times u_{n2} - 0 \times u_{n3} = \frac{1}{1} \\ -\frac{1}{1} \times u_{n1} + \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1}\right) \times u_{n2} - \frac{1}{1} \times u_{n3} = 3i_1 \\ -0 \times u_{n1} - \frac{1}{1} \times u_{n2} + \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1}\right) \times u_{n3} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} 2u_{n1} - u_{n2} = 1 \\ -u_{n1} + 2u_{n2} - u_{n3} = 3i_1 \\ -u_{n2} + 2u_{n3} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

增补方程仍然采用式4,则最终解得

$$i_1 = 1A \quad (8)$$

显然,两种方程的解是不同的。我们用其他方法,如回路电流法,可以很容易地解得*i*₁=0.5A,即方法2的结果是错误的。经分析发现,式7和式4没有体现节点1和节点3是等电位这一特点,因此我们把增补方程改为:

$$u_{n1} = u_{n3} \quad (9)$$

再次求解会发现,它们是无解的。而式6完全是按照式1列写出来的,增补方程也没有错,为什么是错误的呢?

2 问题的求解

很明显,在不合并节点的情况下,用节点电压方程的标准形式(式1)是无法求解短路电流是受控源控制量的电路的。为此,我们不用式1的方程形式,而用最原始的、以节点电压为未知量列写KCL的形式来求解该电路。

如图1所示,节点1至节点3的KCL方程为:

$$\begin{cases} i_1 + i_2 - i_5 = 0 \\ -i_2 + i_3 + 3i_1 = 0 \\ -i_1 - i_3 + i_4 = 0 \end{cases} \quad (10)$$

仍然以节点4为参考节点,用节点电压代替支路电流,得到:

$$\begin{cases} i_1 + \frac{u_{n1} - u_{n2}}{1} - \frac{u_{n1} + 1}{1} = 0 \\ -\frac{u_{n1} - u_{n2}}{1} + \frac{u_{n2} - u_{n3}}{1} - 3i_1 = 0 \\ -i_1 - \frac{u_{n2} - u_{n3}}{1} + \frac{u_{n3}}{1} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

整理为:

$$\begin{cases} 2u_{n1} - u_{n2} = 1 - i_1 \\ -u_{n1} + 2u_{n2} - u_{n3} = 3i_1 \\ -u_{n2} + 2u_{n3} = i_1 \end{cases} \quad (12)$$

由于节点3的KCL已经列写过,因此增补方程不能再采用式4,而应该是式9。由式12和式9联立方程,解得

$$i_1 = 0.5A \quad (13)$$

这与方法1得到的结果是相同的。

比较式12和式7,会发现式12比式7多了短路电流*i*₁,该电流也是受控源的控制量。由式1可知,等号右侧为电流源的电流。而*i*₁不是电流源的电流,它仅仅是支路电流,特殊的地方就是*i*₁是短路电流,并且是受控源的控制量。因此,我们有理由认为:具有这种类型的电路,该电流也应该被当成电流源来使用。让我们再举一例,来验证这个结论。

例2:电路如图3所示,试用节点电压法求电流

I。

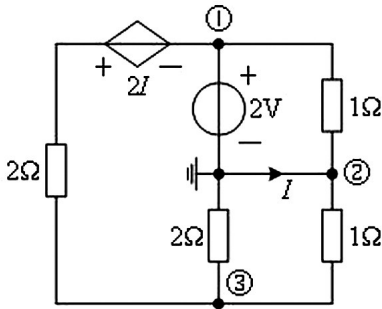


图3 例2电路图

参考节点及其他节点如图3所示标注。该电路也含有一条短路支路,并且该支路电流是受控源的控制量,我们把该短路支路电流也当作电流源代入式1,即也作为式1中等号右侧 i_{Ssk} 的一部分,则节点1至节点3的节点电压方程为:

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ -\frac{1}{1} \times u_1 + \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1}\right) \times u_2 - \frac{1}{1} \times u_3 = I \\ -\frac{1}{2} \times u_1 - \frac{1}{1} \times u_2 + \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) \times u_3 = \frac{2I}{2} \end{cases} \quad (14)$$

把短路电流 i 当作电流源,因为它流入节点2,所以第二个方程的等号右侧包括了该电流。

增补方程为

$$u_2 = 0 \quad (15)$$

联立以上方程,解得

$$I = -\frac{5}{3} A \quad (16)$$

可以证明,该解是正确的。

3 问题的分析

短路电流为受控源的控制量时,在不改变电路网络结构的情况下,只有把短路电流当作电流源,并添加到节点电压方程的标准形式的等号右边,才能得到正确的结果,即节点电压方程的标准形式中 i_{Ssk} 也要包括短路电流。

之所以 i_{Ssk} 也应包括短路电流,我们可以做以下

解释:受控源是受到控制量控制的,因此对于受控源来说,控制量也应该被看成是一种电源。当控制量是电流、并且是短路电流时,那么我们就应把它当作电流源,从而参与到节点电压方程的标准形式中。那为什么其他的控制量不能当作电源呢?因为如果控制量是电压,或者控制量虽然是电流、但不是短路电流时,这些控制量都可以用节点电压表示,而节点电压已经在节点电压方程的标准形式中体现了出来,所以无需再把它们当作电源。但如果控制量是短路电流,那么这个短路电流是无法用节点电压表示的,节点电压方程的标准形式中就无法体现该电流,因此必须单独考虑该电流,这时就需把该电流当作电流源看待,从而参与到方程的列写中。

对于这类电路,增补方程的列写也比较特殊。一般情况下,含有受控源电路的增补方程列写的原则是用未知量表示控制量。但由于控制量为短路电流,而短路电流无法用节点电压表示,因此在这种情况下,增补方程需要考虑的是该短路线两端节点电压之间的关系,即因为等电位,所以这两个节点电压相等。

4 结论

受控源的控制量是短路电流这样的习题较少出现,而用节点电压法求解该类电路,国内的教材更是极少涉及^[1-6]。本文对这类习题进行了讨论,除了可以把短路线两端节点合并后求解电路外,更给出了一般情况下,列写节点电压方程的方法,即把短路电流也看成电流源,作为 i_{Ssk} 的一部分参与到方程的列写中。此时的增补方程应反映短路线两端节点电压的关系,即两端节点电压相等。

本文所讨论的方法可以作为节点电压法的标准形式的一种补充,从而完善这种通用的求解形式,使其适用于更广泛的情况。在今后的教学中,也应加强对这类问题的分析和讲解,使学生认识到电路分析的严谨性。

参考文献:

[1] 邱关源. 电路(第5版)[M]. 北京:高等教育出版社,2008.
 [2] 李翰逊. 电路分析基础[M]. 北京:高等教育出版社,2013.
 [3] 周寿昌. 电路[M]. 北京:高等教育出版社,2010.
 [4] 江辑光. 电路原理[M]. 北京:清华大学出版社,2011.
 [5] 江泽佳. 电路[M]. 北京:高等教育出版社,2013.
 [6] 徐国凯. 电路原理[M]. 北京:机械工业出版社,2007.