doi：10.16104/j.issn.1673-1891.2019.03.013

Rossler系统的自适应控制研究

周群利，余红英
（芜湖职业技术学院电气工程学院，安徽 芜湖 241006 ）

摘要：采用自适应控制方法对Rossler系统进行控制。当该混沌动力学系统的参数未知时，对原系统进行坐标变换，基于Lyapunov稳定性理论，设计合适的控制器和参数自适应律，通过理论推导证明了变换后系统在原点的渐近稳定性，从而理论上证明了原系统可控制到不稳定平衡点的结论。系统仿真结果证明可使系统控制到任意一个不稳定平衡点，从而达到了控制目的，力证了该方法的有效性。

关键词：Rossler系统；自适应控制；控制器；自适应律
中图分类号：O415.5；O231 **文献标志码：**A **文章编号：**1673-1891（2019）03-0053-03

Study on Adaptive Control of Rossler System

ZHOU Qunli, YU Hongying
(School of Electrical Engineering, Wuhu Vocational College of Technology, Wuhu, Anhui 241006, China)

Abstract: The Rossler system is controlled by an adaptive control method. When the parameters of the chaotic dynamic system are unknown, based on Lyapunov stability theory, appropriate controller and parameter adaptive law are designed. The asymptotic stability of the transformed system at the origin is proved by theoretical derivation, and the conclusion that the original system can be controlled to the unstable equilibrium is proved theoretically. The simulation results of the system show that the system can be controlled to any unstable equilibrium point to achieve the control purpose, which verifies the effectiveness of the method.

Keywords: Rossler system; adaptive control; controller; adaptive law

0 引言

Rossler方程是1976年Rossler在研究具有中间产物的化学反应问题时，通过适当的标度变化所得到的一个非线性常微分方程组[1]。Rossler系统呈现出丰富的动力学行为[2]。目前应用于Rossler系统混沌控制的方法主要有：文献[3]研究了采用输入状态线性化方法控制Rossler混沌系统，实现了全局稳定（稳化）以及对原系统不稳定平衡点和周期信号的稳态跟踪；文献[4]研究了Rossler系统与统一混沌系统的同步问题，当系统参数已知时，通过设计适当的主动控制器，实现了响应系统与驱动系统的渐近同步；文献[5]研究了Rossler系统的霍夫分歧镇定问题，采用状态反馈控制方法保证所有平衡点都渐近稳定；文献[6]研究了设计比例微分控制器控制Rossler系统，将系统控制到期望的周期轨道。本文在之前文献研究的基础上根据文献[7]采用自适应控制方法对Rossler混沌系统进行控制，使其能够在任意一个不稳定平衡点处渐近稳定。

1 Rossler系统的动力学方程

Rossler系统的动力学方程为：

$$\begin{cases}\dot{x}=-y-z\\ \dot{y}=x+ay\\ \dot{z}=b+z(x-c)\end{cases} \tag{1}$$

（1）式为一个具有三变量x，y，z的非线性微分方程组，选取Rossler系统参数，当a=0.35，b=0.4，c=4.9时，系统状态初值为[$x(0)$, $y(0)$, $z(0)$]=[0.01,0.01,0.01]时，Rossler混沌系统相轨迹如图1所示，系统状态呈混沌态，此时系统蕴涵着非常丰富的非线性动力学行为。Rossler系统有两个不稳定的平衡点，分别为S_1(0.028 74,-0.082 1,0.082 1)，S_2(4.871 3,-13.917,13.917 9)可求出这两个平衡点处的特征值，根据平衡点的分类及稳定性可知，S_1为不稳定的焦点，S_2为不稳定的结点。

收稿日期：2019-03-25
基金项目：芜湖职业技术学院校级科研项目（Wzyzrzd201905）。
作者简介：周群利（1978— ），女，陕西西安人，副教授，硕士，研究方向：非线性系统控制。

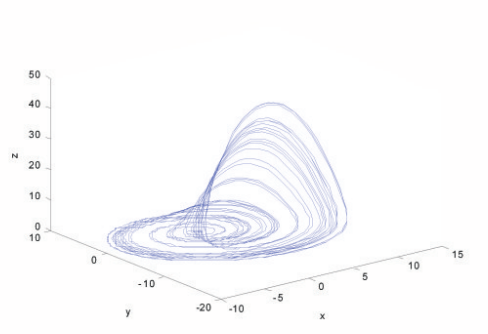

图1 系统相轨迹

2 Rossler系统的控制

受控的Rossler系统方程为

$$\begin{cases}\dot{x} = -y - z + u_1 \\ \dot{y} = x + ay + u_2 \\ \dot{z} = b + z(x-c) + u_3\end{cases} \quad (2)$$

(2)式控制量$U=(u_1,u_2,u_3)^T$,是为了控制混沌现象而设计的控制器,当系统参数a,b,c未知时,采用自适应控制方法对系统设计合适的控制器和参数自适应律,将混沌控制到系统的任意一个不稳定平衡点$S(x_0,y_0,z_0)$。

在平衡点$S(x_0,y_0,z_0)$处,对(1)式进行坐标变换,设

$$\begin{cases}x = \bar{x} + x_0 \\ y = \bar{y} + y_0 \\ z = \bar{z} + z_0\end{cases} \quad (3)$$

则由(3)式可得

$$\begin{cases}\dot{x} = \dot{\bar{x}} \\ \dot{y} = \dot{\bar{y}} \\ \dot{z} = \dot{\bar{z}}\end{cases} \quad (4)$$

(3)、(4)两式代入(2)式可得:

$$\begin{cases}\dot{\bar{x}} = -(\bar{y} + y_0) - (\bar{z} + z_0) + u_1 \\ \dot{\bar{y}} = \bar{x} + x_0 + a(\bar{y} + y_0) + u_2 \\ \dot{\bar{z}} = b + (\bar{z} + z_0)(\bar{x} + x_0 - c) + u_3\end{cases} \quad (5)$$

从(5)式可以看出,将Rossler混沌系统控制到不稳定平衡点$S(x_0, y_0, z_0)$的问题实则转化为系统(5)式在坐标原点的镇定问题。

定理 对于受控的系统(5)式,当选取下面的控制器

$$\begin{cases}u_1 = \bar{y} + y_0 + \bar{z} + z_0 - k_1\bar{x} \\ u_2 = -(\bar{x} + x_0) - a_1(\bar{y} + y_0) - k_2\bar{y} \\ u_3 = -b_1 - (\bar{z} + z_0)(\bar{x} + x_0) + c_1(\bar{z} + z_0) - k_3\bar{z}\end{cases} \quad (6)$$

参数自适应律

$$\begin{cases}\dot{a}_1 = (\bar{y} + y_0)\bar{y} \\ \dot{b}_1 = \bar{z} \\ \dot{c}_1 = -(\bar{z} + z_0)\bar{z}\end{cases} \quad (7)$$

时,受控的系统(5)式关于原点渐近稳定。(6)式中a_1,b_1,c_1分别为对系统未知参数a,b,c的估计值;k_1,k_2,k_3为控制增益,均大于零。

证明:将(6)式和(7)式代入(5)式并进行化简,可得

$$\begin{cases}\dot{\bar{x}} = -k_1\bar{x} \\ \dot{\bar{y}} = -\bar{a}(\bar{y} + y_0) - k_2\bar{y} \\ \dot{\bar{z}} = -\bar{b} + \bar{c}(\bar{z} + z_0) - k_3\bar{z}\end{cases} \quad (8)$$

其中$\begin{cases}\bar{a} = a_1 - a \\ \bar{b} = b_1 - b \\ \bar{c} = c_1 - c\end{cases}$,构造正定Lyapunov函数:

$$V = \frac{1}{2}(\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2 + \bar{a}^2 + \bar{b}^2 + \bar{c}^2)$$

则 $\dot{V} = \dot{\bar{x}}\bar{x} + \dot{\bar{y}}\bar{y} + \dot{\bar{z}}\bar{z} + \dot{\bar{a}}\bar{a} + \dot{\bar{b}}\bar{b} + \dot{\bar{c}}\bar{c}$ (9)

(8)式代入(9)式并化简可得

$$\dot{V} = -k_1\bar{x}^2 - k_2\bar{y}^2 - k_3\bar{z}^2 = -X^T\Lambda X$$

其中$X=(X,Y,Z)^T$,$\Lambda=diag(k_1,k_2,k_3)$,显然$\dot{V}$是负半定的。因为$\dot{V}\leqslant 0$,则$\bar{x},\bar{y},\bar{z},\bar{a},\bar{b},\bar{c}\in L_\infty$,由(8)式可知,$\dot{\bar{x}},\dot{\bar{y}},\dot{\bar{z}}\in L_\infty$,则

$$\int_0^t \lambda_{\min(\Lambda)}\|x\|dt \leqslant \int_0^t X^T\Lambda X dt \leqslant \int_0^t(-\dot{V})dt$$

而$\int_0^t(-\dot{V})dt = V(0) - V(t) \leqslant V(0)$。$\lambda_{\min(\Lambda)}$为正定矩阵$\Lambda$的最小特征值,所以$\bar{x},\bar{y},\bar{z}\in L_2$。根据Barbalat引理可得$\lim_{t\to\infty}\|X\| = 0$,即系统(5)式在原点渐近稳定,从而系统(1)式被控制到不稳定平衡点$S(x_0, y_0, z_0)$。

3 系统仿真结果

下面采用自适应控制方法对Rossler混沌系统进行控制,将系统状态控制到任意不稳定平衡点,在此以控制到不稳定平衡点S_2(4.871 3,-13.917,13.917 9)为例。假定"已知"系统参数为a=2,b=2,c=3,系统状态初值为$[x(0), y(0), z(0)]^T=[0.01,0.01,0.01]^T$,参数估计值初值为$a_1(0)=2$,$b_2(0)=8$,$c_3(0)=5$,控制增益$K=[k_1,k_2,k_3]^T=[2,5,5]^T$,利用matlab软件进行系统仿真。图2~图4为在施加控制量和参数自适应律作用下系统状态被稳定在不稳定平衡点S_2处时的变化曲线,控制后系统在S_2处渐近稳定;图5~图7为施加控制后对系统参数a,b,c的值进行估计的收敛曲线,系统参数在很短时间内即可稳定地收敛于一个固定值。

4 结论

采用自适应控制方法对Rossler混沌系统进行控制,对原动力学方程进行坐标变换,通过设置合适的控制器及参数自适应律,把原混沌系统控制到不稳定平衡点的问题转化为新系统在坐标原点的

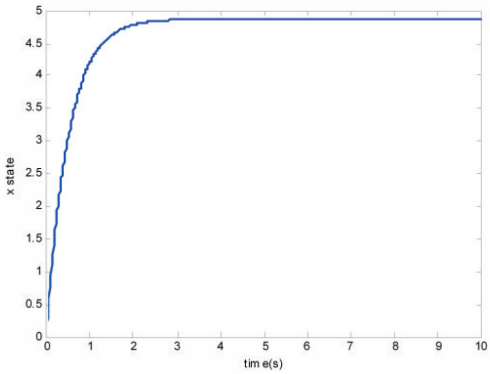

图2　施加控制后变量x的变化曲线

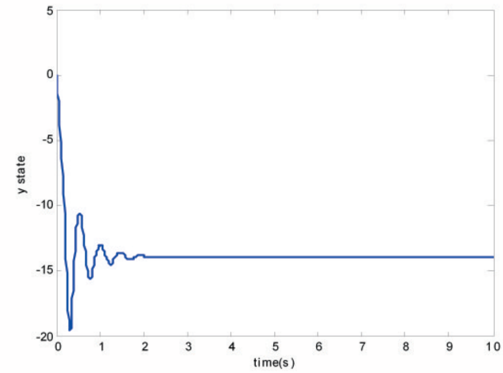

图3　施加控制后变量y的变化曲线

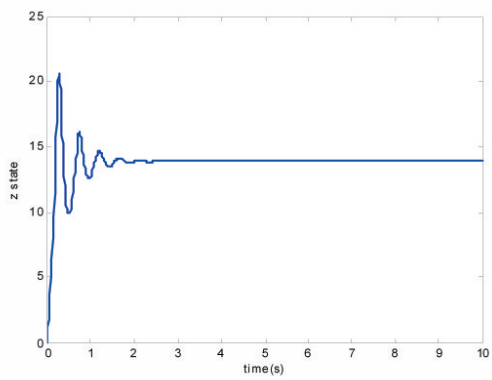

图4　施加控制后变量z的变化曲线

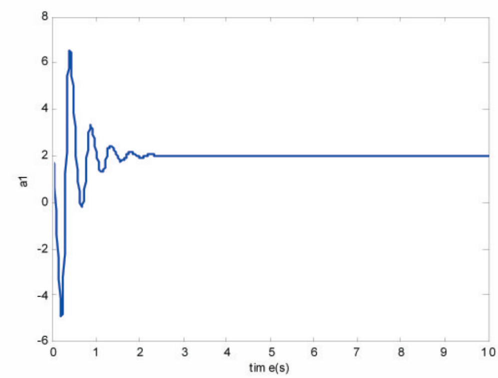

图5　对系统参数a进行估计的收敛曲线

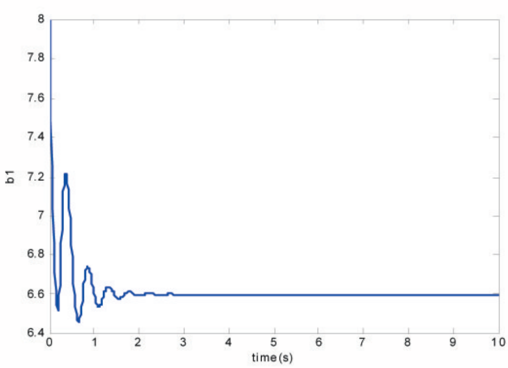

图6　对系统参数b进行估计的收敛曲线

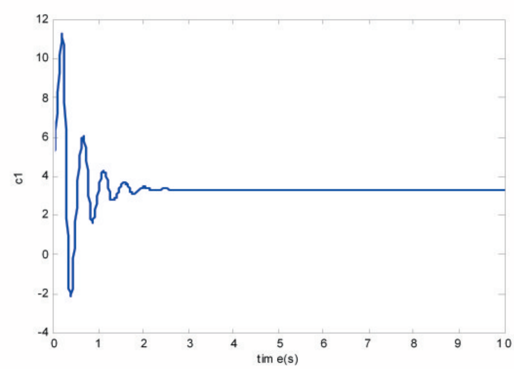

图7　对系统参数c进行估计的收敛曲线

镇定问题,并进行了理论推导,证明了新系统确实在原点是渐近稳定的,同时仿真结果证明该方法可以把混沌系统控制到任意不稳定平衡点。另外通过仿真可以发现该方法对于参数未知或参数不确定的混沌系统具有很好的参数估值作用。本文的研究为其他混沌系统的控制提供了一种借鉴和参考的方法。

参考文献:

[1] ROSSLER O E. An equation for continuous chaos[J]. Physics Letters A,1976,57(5):397−398.

[2] 郭婷婷,娄岩,刘佳,等.基于Rossler变换的图像置乱算法[J].辽宁师范大学学报,2017,40(1):41−46.

[3] 尹逊和,薛月菊. Rossler系统的混沌控制[J].控制与决策,2000(5):605−608.

[4] 吴先用,万均力. Rossler系统与统一混沌系统的异结构同步[J].系统工程与电子技术,2008,30(4):715−718.

[5] 陈彭年,秦化淑. Rossler系统平衡点集的镇定[J].系统科学与数学,2010,30(6):869−876.

[6] 尤晓玲. Rossler系统的动力学行为研究及混沌抑制[J].工业仪表与自动化装置,2013(4):6−8.

[7] 崔俊峰,祝泽华.一个新自治混沌系统的混沌控制[J].甘肃高师学报,2012,17(2):6−8.

(责任编辑:曲继鹏)