

如何提高初等数论的课堂教学效果

王玉华¹, 李建华²

(1.临沧师范高等专科学校 数理系, 云南 临沧 677000; 2.临沧市民族中学, 云南 临沧 677000)

【摘要】本文结合教学经验,从系统的掌握知识、深刻理解求解步骤的内涵、注重数学思想方法的渗透、加强与中小学数论知识的联系这几方面对如何做好初等数论的课堂教学做了一些探讨。

【关键词】初等数论; 教学; 整数

【中图分类号】O156.1-4 **【文献标识码】**A **【文章编号】**1673-1891(2013)04-0151-02

初等数论是一门古老的数学分支,主要研究的是整数的性质。以算术方法为主要研究方法,它看似简单,其实不然;要学好初等数论需要深刻理解其中的数学概念,熟练的掌握方法和技巧。本文结合教学经验,就如何提高初等数论的教学效果,提出了自己的一些观点。

1 做好初等数论课堂教学工作的前提条件

1.1 认清学习初等数论的意义

初等数论是数学教育的一门专业选修课,对于大部分专科生而言,他们认为选修课只是为了修满学分,与今后的工作无关,从而以应付的心态来学习这门课程,这样的学习态度是无法学好这门课程的,因此让学生清晰的认识到学习初等数论的重要性是非常必要的。第一次初等数论课,教师可以以专题的形式给学生介绍为什么要学习初等数论这门课程,让学生对这门课程有一个基本的认识。

开设初等数论这门课程是为了达到以下目标:(1)通过对初等数论的基础知识、基本概念、方法和技巧的学习,使学生加深对整数性质的了解,更深入地理解初等数论与高等代数、离散数学、近似代数等其它邻近学科的关系。(2)通过初等数论课程的学习,可以使学生从更高的角度来认识中小学数学的相关问题,这对于提高师范专业学生的素质具有十分重要的意义。例如:在小学阶段学生能熟练应用的结论“一整数能被3(或9)整除的充要条件是它的各位数字之和能被3(或9)整除”。通过同余性质的学习,可以从更深层次来理解并证明这个定理,而不单纯只停留在应用上,这就使师范专业学生的知识素养得到了提高。

1.2 激发学生学习初等数论的积极性

大部分专科生认为初等数论是纯数学知识,与实际应用没有关系,这些数学知识是枯燥乏味的,所以在课堂教学中表现出被动、不积极参与课堂教学。这样的教学效果是不尽如人意的,因此激发学生的学习兴趣非常重要。教师在第一次初等数论

课时可以提出这样的问题:“如果今天是星期一,那么从今天起再过 10^{10} 天是星期几?”或“在科技信息高度发达的今天,大家是否了解人们是如何来保护信息安全的?”学生对这些问题都很感兴趣。接着教师说到:“大家学习初等数论以后,就能有效的解决以上问题”,这样学生就会用积极的态度来对待初等数论这门课程,在以后的课堂教学中教师多引导、启发学生就能达到良好的教学效果。

2 如何做好初等数论的课堂教学

2.1 使学生系统地掌握知识

数学是一门逻辑性很强的学科,知识间的联系是非常紧密的,如果前面的知识没有理解,那么后面的知识就无法继续学习下去,所以让学生系统地掌握知识是学好初等数论的关键。在课堂教学中要让学生理清知识间的相互联系,这样才能领会初等数论的本质及思想,而不是局限于片面的,零散的掌握知识。

例如:在复习课时可以用图表法帮助学生系统掌握知识(图1)。通过图表学生可以清晰的看到知识的脉络,避免了知识间的相互脱节,使学生能从整体上把握住初等数论的知识结构,能系统的学习知识。

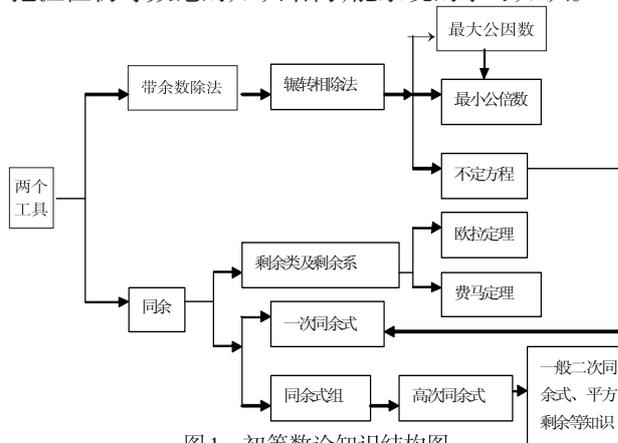


图1 初等数论知识结构图

2.2 深刻理解求解步骤的内涵

求解公因数、公倍数、不定方程、同余式、平方剩余等是初等数论的主要内容,学生学完初等数论

收稿日期:2013-07-20

作者简介:王玉华(1981-),女,讲师,硕士,研究方向:代数。

后一般都会解决以上问题,但大部分学生只会照葫芦画瓢,而不能真正理解每一个解题步骤,所以在课堂教学时,教师应多引导学生,使学生能够领会到其中的数学思想和方法。

例如:对于一次同余式 $ax \equiv b \pmod{m}$ 的解法的教学。

由于证明过同余式 $ax \equiv b \pmod{m}$ 的充要条件是 $ax-my=b$ 有解,则由二元一次不定方程的解法知 $ax \equiv b \pmod{m}$ 的一切整数解可以写成: $x=m_1t+x_0$, $m_1 = \frac{m}{d}$, $d=(a, m)$, $t=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 此式对模 m 来说,可以写成 $x \equiv x_0+km_1 \pmod{m}$, $k=0, 1, \dots, d-1$; 这即是 $ax \equiv b \pmod{m}$ 的解。通过以上的教学少数基础好的学生基本能理解同余式 $ax \equiv b \pmod{m}$ 的解法步骤,但对于大部分学生来说,把同余式 $ax \equiv b \pmod{m}$ 的解表示成 $x \equiv x_0+km_1 \pmod{m}$, $k=0, 1, \dots, d-1$ 这种形式,觉得似懂非懂,这时教师要引导学生理解答案中各个数量之间的相互关系,让学生根据同余式的解的定义理解这个解的形式,学生通过思考和教师引导后,探索出:由于同余式的一解指的是一个剩余类, $x_0, x_0+m_1, x_0+2m_1, \dots, x_0+(d-1)m_1$, 关于 \pmod{m} 不同余,也就是它们属于 d 个不同的剩余类,而对于 k 取 $d-1$ 以后的整数所得的数一定属于这 d 个不同剩余类中的一类,所以 $ax \equiv b \pmod{m}$ 有 d 类解,并且可以表示成以上形式。这样学生就能深刻理解一次同余式的解法步骤,避免了学生照搬照套解题模式,这就为学习孙子定理,高次同余式的解法做好了铺垫。

2.3 注重数学思想方法的渗透

在初等数论课堂教学中,教师应充分挖掘教材中的数学思想方法,引导学生用数学思想方法来理解知识,这样学生才能掌握知识的本质,并灵活应用知识解题,避免了学生因不理解知识的内涵,而只会解相同模式的题目。例如:在完全剩余系和简化剩余系的教学中,由于完全剩余系和简化剩余系的研究方法类似,都是先给出定义,然后来论证性质,并且完全剩余系和简化剩余系有类似的性质,所以在课堂教学中,教师可以详细的给学生讲授完全剩余系的相关知识,然后用类比的思想来引导学生探索并论证出简化剩余系的相关知识,这样的教学方式可以使学生吸收消化所学知识,领会类比思想在数学知识中的应用。再如:证明 $641 \mid 2^{32}+1$, 学生看到这个问题会觉得束手无策,因为 2^{32} 不容易计算,这时教师应及时的引导学生,解题的基本思想是:将复杂问题转化为简单问题,将难解的问题转化为容易求解的问题,将未解决的问题转化为已解决的问题。 2^{32} 不容易计算,那么是否可以先找出 2 的低次

幂与 641 之间的关系,然后通过本节课所学习的同余的基本性质来逐步推导出所要证明的结论呢? 学生通过计算,推导以后得到了以下证明过程:

$$\begin{aligned} \text{证明: } & \because 2^4 \equiv 16 \pmod{641} \\ & \therefore 2^8 \equiv 256 \pmod{641} \\ & \therefore 2^{16} \equiv 256^2 = 65536 \equiv 154 \pmod{641} \\ & \therefore 2^{32} \equiv 154^2 = 23716 \equiv -1 \pmod{641} \\ & \text{即 } 641 \mid 2^{32}+1. \end{aligned}$$

以上问题的解答过程体现的是化归思想,通过化归思想的渗透,提高了学生的解题能力,使学生体会到化归思想在解题过程中的重要地位。

2.4 加强与中小学数论知识的联系

中小学所学的数学知识中数论占了很大的比例,为了使数学教育专业的学生能深入的了解中小学的数论知识,教师在课堂教学中适当的穿插一些中小学的数论问题,有助于学生认清中小学数论知识学习的现状,能够根据所学知识,从更高的角度来看待问题。

例如:在学习完同余的性质以后,让学生完成以下初中问题:今天是星期一,再过 14054^{2007} 天以后是星期几? 先让学生站在初中生的角度来思考这个问题,对于初中生来说,解决这个问题最常见的方法就是利用整除的知识,从而可以得到以下解答过程:

$$\begin{aligned} \text{解: } & \because 14054 = 7 \times 2007 + 5 \\ & \therefore 14054^{2007} = (7 \times 2007 + 5)^{2007} = 7A + 5^{2007}, \text{ 其中 } A = 7^{2006} \times 2007^{2007} \\ & \text{又 } \because 5^{2007} = (5^3)^{669} = (125)^{669} = (7 \times 17 + 6)^{669} = 7B + 6^{669}, \text{ 其中 } B = 7^{668} \times 17^{669} \\ & \therefore 6^{669} = (7-1)^{669} = 7^{669} - 1 = 7^{668} - 6 \end{aligned}$$

所以,再过 14054^{2007} 天后是星期天。

然后,让学生从初等数论角度出发解决以上问题,学生通过对同余性质的学习后可以得到以下解答方法:

$$\begin{aligned} \text{解: } & \because 14054 \equiv -2 \pmod{7} \\ & \therefore (14054)^{2007} \equiv (-2)^{2007} \pmod{7} \\ & \text{又 } \because (-2)^{2007} \equiv [(-2)^3]^{669} \equiv (-8)^{669} \equiv (-1)^{669} \equiv -1 \equiv 6 \pmod{7} \end{aligned}$$

所以,答案是星期天。

通过以上例题的解答过程学生可以发现同余的概念来自于整除的性质。有了同余的性质可以使解答过程更简单明了,并且能掌握初中数论与初等数论的联系,这对提高师范生的素养是非常重要的。

经过多年的教学经验,笔者认为只有认真钻研教材、不断改进教学方法,才能提高初等数论的教学质量,从而提高师范生的素养,为他们成为合格的中小学教师打下坚实的基础。 (下转 156 页)

- [2]布鲁纳著.教育过程[M].邵瑞珍译.北京:文化教育出版社,1982.6:90.
 [3]曹才翰主编.中学数学教学概论[M].北京:北京师范大学出版社,2003,10:266.
 [4]施良方著.学习论[M].北京:人民教育出版社,2001:307,239,320,273.
 [5]曹才翰,章建跃著.数学教育心理学[M].北京:北京师范大学出版社,2006.7:106.
 [6]林众,冯瑞琴.多媒体教学中的认知机制[J].教育研究,2006(7):62-66.
 [7]曹一鸣主编.数学教学论[M].北京:高等教育出版社,2006.9:198.
 [8]皮连生主编.教育心理学[M].上海:上海教育出版社,2009.6:104.
 [9]赵国庆,黄荣怀.知识可视化的理论与方法[J].开放教育研究,2005,11(1):24.
 [10]卢佳梅.教学内容的情感性处理策略[J].教育研究,2002,(12):70-74.

Exploration of the Reasonable Application of Multimedia Technology through the Case of the Plane Geometry Concepts Teaching in the Junior Middle School

WANG Hui, Alken Wumaier

(The Education Department, Kashi Teachers College, Kashi, Xinjiang 844000)

Abstract: Multimedia technology has become a indispensable tool of teaching in common class. In order to provide teachers viable advice and theory of the teaching of plane geometry, based on the analysis characters of the multimedia technology, the junior middle school students and the plane geometry concepts. scholars should take research to explore the reasonable method from the courseware designing in multimedia, the content presentation and courseware demonstrating.

Key words: Plane geometry of junior middle school; Consept; Multimedia technology

(上接152页)

注释及参考文献:

- [1]闵嗣鹤,严士健.初等数论(第三版)[M].北京:高等教育出版社,2009.
 [2]朱萍.初等数论及其在信息科学中的应用[M].北京:清华大学出版社,2010.
 [3]张文朋.初等数论[M].西安:陕西师范大学出版社,2007.

How to Improve the Classroom Teaching Effect of Elementary Number Theory

WANG Yu-hua¹, Li Jian-hua²

(1. Department of Mathematics and Physics, Lincang Teachers College, Lincang, Yunnan 677000;

2. Linc Lincang National School, Lincang, Yunnan 677000)

Abstract: This paper combined with teaching experience and discussed how to improve the classroom teaching of elementary number theory by the system of knowledge, deep understanding of the connotation of solving steps, pay attention to the infiltration of mathematical way of thinking, strengthen links between primary and secondary.

Key words: Elementary number theory; Teaching; Integer