

# 电容器易错问题分析

方志聪

(西昌学院,四川 西昌 615013)

**【摘要】**分别从场和能量的角度、电位的角度分析了电容器间电压、能量的分配,讨论了平行板电容器间插入金属板,改变平行板电容器极板间的距离时场强、能量等问题,分析了易产生错误的原因,指出抓住电容器与电源是否连接,以及有无外力做功、电源做功发生,从而根据能量守恒,弄清能量的变化来分析解决问题比较方便。

**【关键词】**电容器;电压;场强;能量守恒

**【中图分类号】**TM53 **【文献标识码】**A **【文章编号】**1673-1891(2010)03-0022-04

电容器是一种基本的电子元件,在两个导体之间用电介质隔开而构成,以贮存电能和提供电容量为主要特征的元件,广泛应用于电子设备中<sup>[1]</sup>。

关于电容器的问题,如串联电容器、平行板电容器间插入金属板、改变平行板电容器极板间的距离等问题,由于涉及外力是否做功,电源是否做功,故求其电容器间的电压、能量分配,电场分布时,在某些情况下,学生容易产生错误,下面举例说明。

## 1 第一个易错问题分析

例1:两个相同的电容器  $C_1=C_2=C$ , 串联后加上直流电压  $U$ , 电容器充电结束后, 每个电容器电压为  $U/2$ , 断开电源, 每个电容器电压仍为  $U/2$ 。

例2:若在  $C_1$ 、 $C_2$  之间, 串联一个相同的电容器  $C_3$ , 串联后加上直流电压  $U$ , 则电容器充电结束后, 每个电容器电压为  $U/3$ , 断开电源, 每个电容器电压仍为  $U/3$ 。

上述问题很简单, 学生一般都不会错。

例3:在  $C_1$ 、 $C_2$  串联充电结束后断开电源, 然后在  $C_1$ 、 $C_2$  之间, 串联一个相同的电容器  $C_3$ , 则  $C_3$  上的电压为多少? 学生则容易出错。

### 1.1 错误一

错误答案一:  $C_3$  上的电压为  $U/3$ 。错误地认为: 总电压为  $U$ , 三个电容分压, 各占三分之一, 即  $U/3$ 。

这是与例2混淆了, 例3与例2看似相似, 实则不同, 例2是串联  $C_3$  后充电再断开电源, 串联  $C_3$  前后电容器中总储能不同, 有电源做功, 例3是充电后断开电源后再串联  $C_3$ , 从能量角度看, 既不涉及外力做功, 也不涉及电源做功, 串联  $C_3$  前后电容器中储能不变。

按错误答案计算, 串联  $C_3$  前后等效电容分别为:  $C_{前}=C/2$ ,  $C_{后}=C/3$ , 则串联  $C_3$  前后电容器中储能分别为:

$$W_{前} = \frac{1}{2} C_{前} U^2 = \frac{1}{4} C U^2$$

$$W_{后} = \frac{1}{2} C_{后} U^2 = \frac{1}{6} C U^2$$

串联  $C_3$  前后能量不守恒, 这和断开电源后再串联  $C_3$  不符, 这里没有能量的补充或减少, 因此,  $C_3$  上的电压为  $U/3$  是错误的。

### 1.2 错误二

错误答案二:  $C_3$  的电压为  $U/2$ 。

错误计算为:

充电结束后, 总电压为  $U$ ,  $C_1$ 、 $C_2$  的电压相等, 分别为  $U/2$ ,  $C_1$ 、 $C_2$  电容器极板电荷  $Q$  为:

$$Q = C \times \frac{1}{2} U = \frac{1}{2} C U$$

断开电源后再串联  $C_3$ , 等效电容变为:  $C_{等效}=C/3$ , 因是断开电源后再串联  $C_3$ , 极板上的电荷不变, 故串联  $C_3$  后总电压变为:

$$U_{总} = \frac{Q}{C_{等效}} = \frac{3}{2} U$$

三个电容相同, 串联后各自电压相等, 各占  $1/3$ , 则  $C_3$  的电压为  $U/2$ 。

上述答案是错误的, 从能量角度分析, 因是断开电源后再串联  $C_3$ ,  $C_1$ 、 $C_2$  极板上的电荷确实不变, 按错误答案计算, 串联  $C_3$  前后能量分别为:

$$W_{前} = \frac{1}{2} C_{前} U^2 = \frac{1}{4} C U^2$$

$$\text{或: } W_{前} = \frac{1}{2} Q U = \frac{1}{2} \frac{1}{2} C U U = \frac{1}{4} C U^2$$

$$W_{后} = \frac{1}{2} C_{后} U_{总}^2 = \frac{3}{8} C U^2$$

$$\text{或: } W_{后} = \frac{1}{2} Q U_{总} = \frac{3}{8} C U^2$$

串联  $C_3$  前后能量不守恒, 因此  $C_3$  上的电压为  $U/2$  是错误的。  $C_1$ 、 $C_2$  极板上的电荷不变是对的, 从计算可知串联  $C_3$  后总电压改变了是错的, 这与在充电后断开电源的平行板电容器中插入金属板, 将使其

电容发生改变,同时使总电压发生改变的问题不同(见后)。

### 1.3 正确答案

正确的答案是 $C_3$ 上的电压为0。

从场和能量的角度分析, $C_1$ 、 $C_2$ 串联充电结束后断开电源,串联电容器 $C_3$ 前,电场存在于 $C_1$ 、 $C_2$ 的两极板之间,外部无电场, $C_1$ 、 $C_2$ 的电压各为 $U/2$ ,然后在 $C_1$ 、 $C_2$ 之间串联电容器 $C_3$ 后,对电场无影响,电场仍然存在于 $C_1$ 、 $C_2$ 的两极板之间,其能量仍储存在 $C_1$ 、 $C_2$ 的电场中, $C_3$ 中无电场,故 $C_3$ 上的电压为0, $C_1$ 、 $C_2$ 的电压仍各为 $U/2$ ,显然串联 $C_3$ 前后能量都储存在 $C_1$ 、 $C_2$ 中,电容器中能量相等,能量守恒。

从电位的角度分析,断开电源后 $C_1$ 下极板与 $C_2$ 上极板电位相等,断开此处的连接导线, $C_1$ 下极板与 $C_2$ 上极板电位仍然相等,此时,该处断开与接通是等效的,因为等电位条件下,断路与短路是等效的<sup>[2]</sup>,故在断开处接上 $C_3$ 后, $C_3$ 上下极板电位相等, $C_3$ 上的电压为0。

### 1.4 实验验证

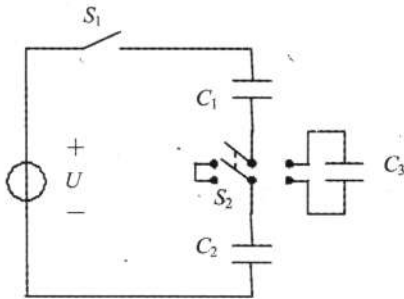


图1 实验原理图

如图1所示电路,充电时双刀双掷开关 $S_2$ 掷于左方,充电结束后,断开 $S_1$ ,然后将 $S_2$ 掷于右方,分别测量 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 的电压以及 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 串联的总电压,测量结果是 $C_3$ 电压为0, $C_1$ 、 $C_2$ 的电压相等,其和等于总电压,实验结果与分析相同。

## 2 第二个易错问题分析

例4:如图2所示,平行板电容器充电后断开电源,然后在两极板间先后插入两块厚度为 $d_1$ 的平行金属板(相距一定距离),极板3、4之间的电场强度为多少?如果两块金属板是连在一起同时插入的,插入后再分开,极板3、4之间的电场强度又是多少?如果两块金属板不连在一起同时插入,极板3、4之间的电场强度又是多少?

学生容易把三种情况混在一起,分不清前两问之间的区别,分不清后两问之间的区别。

### 2.1 两块金属板先后插入

若是先后插入两块金属板,插入第一块时,因

静电感应使得金属板极板2、3两表面出现等量异号电荷,插入第二块同理,其等效电路如图3所示。

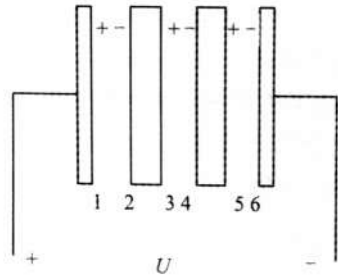


图2 插入两块厚度为 $d_1$ 的金属板

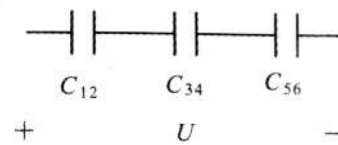


图3 等效电路

假设平行板电容器面积为 $S$ ,极板间距离为 $d$ , $S \gg d^2$ ,则其电容为:

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

用电压为 $U_0$ 的直流电源对该电容器充电,充电结束后断开电源,则电容器极板上的电荷和电容器内电场强度为:

$$Q = CU_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d} U_0$$

$$E_0 = \frac{\sigma_e}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S} = \frac{U_0}{d}$$

断开电源后 $Q$ 不再变化,当在该电容器两极板间插入两块厚度为 $d_1$ 的平行金属板,则金属板极板2、3和4、5分别感应出等量异号电荷,电荷值等于

$$Q = \frac{\epsilon_0 S}{d} U_0, \text{ 则极板3、4之间的电场强度大小为:}$$

$$E = \frac{\sigma_e}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S} = E_0$$

与未插入金属板前相等。

这里是充电后断开电源,等效电路和例3相似,但和例3是不同的。

### 2.2 两块金属板连在一起同时插入

如果两块金属板是连在一起同时插入的,插入后再分开,则极板3、4之间的电场强度为0,因为两块金属板连在一起插入,因静电感应使得金属板极板2、5两表面出现等量异号电荷,3、4两表面此时为导体内部,无电荷,极板3、4电位相等,插入后再分开,极板3、4无电荷,极板3、4之间无电场,极板3、4之间和有一导线连接相当,他们是等电位的,此时,该处断开与接通是等效的,因为等电位条件下,断

路与短路是等效的<sup>[1]</sup>,这两块金属板与一块相同,只不过是厚度相当于随分开而增大,故如果两块金属板是连在一起同时插入的,插入后再分开,极板3、4之间的电场强度为0。

### 2.3 两块金属板不连在一起同时插入

如果两块金属板不连在一起同时插入,因静电感应使得金属板极板2、3,极板4、5两表面出现等量异号电荷,电荷值等于  $Q = \frac{\epsilon_0 S}{d} U_0$ ,则极板3、4之间的电场强度为  $\frac{Q}{\epsilon_0 S}$ ,与第一问先后插入两块金属板是一样的。

由以上分析可知,前两问之间有区别,后两问之间有区别,一、三问是一样的。

### 2.4 进一步分析

实际上,例4较前面的问题要复杂一些,有做功问题发生,这与例3是不同的。

在插入金属板的过程中,只有极板上的电荷不发生变化,但等效电容和总电压都将发生变化,可用静电计测量其电压变化。

当在该电容器两极板间插入一块厚度为  $d_1$  的平行金属板,如图4所示,则金属板极板2、3分别感应出等量异号电荷,电荷值等于  $Q = \frac{\epsilon_0 S}{d} U_0$ ,其等效电路为两个电容器  $C_{12}$  和  $C_{34}$  串联,串联等效电容为  $C_{14} = \frac{\epsilon_0 S}{d - d_1}$ ,由于极板电荷不变,而电容增大,根据  $Q=CU$ ,故电压下降,用静电计可观测到其电压降低。

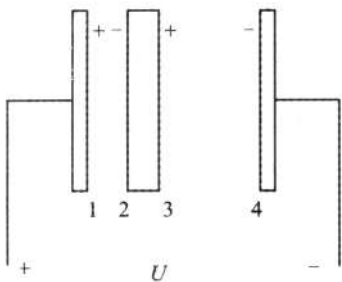


图4 插入厚度为  $d_1$  的金属板

从能量的角度分析,是因为插入金属板的过程中,虽然电荷不变,但场对金属板(电容器对外)做正功,外力做负功,电容器中电场能量减少,当然,能量依然是守恒的,这与例3不同,例3中无做功问题发生。

再插入另一厚度为  $d_1$  的金属板,如图2所示,电压进一步下降,其等效电路为三个电容器  $C_{12}$ 、 $C_{34}$ 、 $C_{56}$  串联,如图3所示,串联等效电容为  $C_{14} = \frac{\epsilon_0 S}{d - d_1}$ ,由于极板电荷不变,电容又增大,根据  $Q=CU$ ,故电压

下降。

根据能量公式  $W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ ,说明电容器能量在减少,这是否违背了能量守恒?没有,与前面分析一样,当金属板插入时,金属板与电容中的电场发生了相互作用,场要对金属板做正功,外力做负功,故电容器中的能量减少,虽然电容器能量减少,但能量依然守恒。

现在要问:极板3和极板4之间的电容  $C_{34}$  和例3中的  $C_3$  相似吗?

电容  $C_{34}$  中存在电场,例3中的  $C_3$  内无电场,这点是不同的,虽然都是充电后断开电源,根据分析,各自情况不同。但是若不断开电源,则就是三个电容器的简单串联,电压的分配与各自电容成反比,问题简单多了,这也正是需要注意区分的。

前面说到,场对外做功,使能量减少,但能量定域在场中,插入金属板前后电容器内电场强度相等,能量怎么会减少了?原因是场的空间被金属板占据从而减少,减少的能量与对外做功有关。

这给我们指出了一种测量方法,如果几个物理量和物理参数之间具有确定的关系,则从该关系就能由已知量求出未知量<sup>[3]</sup>,因此我们可以从能量的变化来分析做功和受力的问题,也可以从金属板的体积来探求这些问题,此处不议。

### 3 第三个易错问题分析

例5:电容为  $C$  的平行板电容器,接上电压为  $U$  的电源充电,在电源保持连接的情况下,把电容器极板间的距离缓缓增大  $n$  倍,求外力所做的功<sup>[4]</sup>。

电容器的电容在极板间距离改变前后分别为:

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d}; C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{nd} = \frac{1}{n} C_1$$

电容器储能分别为:

$$W_1 = \frac{1}{2} C_1 U^2; W_2 = \frac{1}{2} C_2 U^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{n} C_1 U^2$$

学生容易出现的错误是认为外力所做的功等于电容器储能的增量:

$$A = W_2 - W_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n} - 1 \right) C_1 U^2$$

出现该错误的原因是没有考虑到电源能量的变化,这是学生易犯的错误。

电容器极板上的电荷在极板间距离改变前后分别为:

$$Q_1 = C_1 U; Q_2 = C_2 U = \frac{1}{n} C_1 U$$

电荷的改变量为:

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = \left( \frac{1}{n} - 1 \right) C_1 U$$

电源移动电荷所做的功为:

$$\Delta W = \int_{Q_1}^{Q_2} U dq = U(Q_2 - Q_1) = \left(\frac{1}{n} - 1\right) C_1 U^2$$

根据能量守恒:  $W_2 = W_1 + A + \Delta W$

所以外力所做的功为:

$$A = W_2 - W_1 - \Delta W = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n}\right) C_1 U^2$$

用外力做功的公式直接计算也可得到上述结论<sup>[5]</sup>。

综上所述,关于电容器的分析,看似简单,但必须抓住电容器与电源是接通还是断开,以及有无外力做功、电源做功发生,从而根据能量守恒弄清能量的变化来分析解决问题比较方便。

#### 注释及参考文献:

- [1]成建生,陈鸣.电容器[M].沈阳:辽宁科学技术出版社,1990.6.  
 [2]方志聪.等电位条件下断路与短路的等效性[J].西昌师范高等专科学校学报,2000(3):48-50.  
 [3]D.哈里德,R.瑞斯尼克.物理学[M].郑永令等译.第二卷.第一册.第二版.北京:科学出版社,1981.10:120-134.  
 [4]马文蔚.物理学[M].第四版.北京:高等教育出版社,1999.  
 [5]何跃娟,王晓,陈健.大学物理中一道易错的电容器题[J].物理与工程,2006,16(1):54.

## An Analysis of the Mistake-prone Problems of Capacitors

FANG Zhi-cong

(Xichang College, Xichang, Sichuan 615013)

**Abstract:** This paper analyzes the distribution of voltage and energy in a capacitor from the perspective of field and energy and the perspective of electric potential. In addition, it discusses the field intensity and energy issues when inserting a metal plate into the parallel-plate capacitor and changing the distance between the plates of the capacitor. The reasons why people are likely to make mistakes with respect to this are analyzed. It shows that people should get the hang of whether the capacitor and the power supply are connected and whether external force and the power do work. And the problems can be solved conveniently on the basis of energy conservation and a clear understanding of the energy change.

**Key words:** Capacitor; Voltage; Field intensity; Energy conservation