粗糙模糊概念外延的逼近

赵利云
(内蒙古科技大学 数理与生物工程学院应用数学系,内蒙古 包头 014010)

【摘 要】基于因素空间,利用粗糙模糊集的扩展原理,给出粗糙模糊概念的表现外延和反馈外延,然后,利用粗糙模糊概念反馈外延包络对粗糙模糊概念进行了逼近。

【关键词】粗糙模糊集;扩展原理;表现外延;反馈外延;反馈外延包络
【中图分类号】O159 【文献标识码】A 【文章编号】1673-1891(2010)02-0028-02

引言

在Zadeh L A提出模糊集理论[1]和Pawlak Z提出的粗糙集理论[2]的基础上,Nanda和Majumdar于1992年给出了模糊粗糙集[3]的概念,模糊粗糙集的概念丰富了对信息系统中不完善、不准确知识的描述、处理,利用了模糊集和粗糙集在处理不完善,不准确性知识中的长处。

20世纪80年代初,文[4]提出因素空间理论,对知识的结构进行了深入的分析,为知识表示提供了一个元描述。1996年,文[5]在因素空间框架下引入了反馈外延,用反馈外延的包络实现了对概念外延的逼近,为表达概念提供了直接的操作方法。随后,文[6]利用极小扩展原理提出了min型表现外延,文[7]对min型表现外延及其性质进行了讨论,文[6]在min型表现外延的基础上提出了反馈外延外包络,利用综合函数构造了M_m包络,用反馈外延外包络和M_m包络对模糊概念外延进行了逼近,并比较了它们在逼近概念外延时的优劣,本文在此基础上来讨论粗糙模糊概念外延的逼近。

1 基本概念

以下约定X上的模糊集全体记为F(X),PF(X)为近似空间(X,R_1)上的粗糙模糊集全体,RF(Y)为近似空间(Y,R_2)上的粗糙模糊集全体

定义1.1[8] 设(U,R)是近似空间,R是论域U上的一个等价关系,若A是U上的一个模糊集合,则A关于(U,R)的一对下近似$\underline{A}$和上近似$\overline{A}$定义为U上的一对模糊集合,其隶属函数分别定义为

$\underline{A}(x)=\inf\{A(y)\mid y\in[x]_R\},x\in U$

$\overline{A}(x)=\sup\{A(y)\mid y\in[x]_R\},x\in U$

定义1.2[8] 设映射$f:X\to Y,x\mapsto f(x)$,f可以诱导出一个从RF(X)到RF(Y)的映射及一个从RF(Y)到RF(X)的映射:

$$f(\underline{A},\overline{A})(y)=(\bigvee_{f(x)=y}\underline{A}(x),\bigvee_{f(x)=y}\overline{A}(x))$$

$$f^{-1}(\underline{B},\overline{B})(x)=(\underline{B}(f(x)),\overline{B}(f(x)))$$

称$f(\underline{A},\overline{A})$为$(\underline{A},\overline{A})$的像,称$f^{-1}(\underline{B},\overline{B})$为$(\underline{B},\overline{B})$的逆像。

定义1.3[9] 给定左配对(U,V],取因素族$F\subset V$,称集合族$\{X(f)\}_{\{(f\in F)\}}$为U上的一个因素空间,如果满足公理:

(F1)$F=F(\vee,\wedge,c,0,1)$是完全的布尔代数;

(F2)$X(0)=\{\theta\}$,其中θ表示空状态;

(F3)$\forall T\subset F$,若$\forall s,t\in T,s\neq t\Rightarrow s\wedge t=0$,则$X\left(\bigvee_{f\in T}f\right)=\prod_{f\in T}X(f)$

这里F叫做因素集,$f\in F$叫做因素,X(f)叫做状态空间,1叫做全因素,X(1)叫做全空间。

定义1.4[9] 假定要讨论一组概念$C=\{\alpha,\beta,\gamma,\cdots\}$其论域记为U,取因素族V,使U与组成一个左配对(U,V],取因素集$F\subset V$,使F对U是充足的,即$\forall u,\nu\in U$使得$f(u)\neq f(\nu)$。这时,称三元组(U,C,F]或$(U,C,\{X(f)\}_{f\in F}]$为C的一个描述架。

定义1.5[10] 给定描述架$(U,C,\{X(f)\}_{f\in F}]$,任取$f,g\in F,f\geq g$,记

$$\uparrow_g^f:X(g)\to\mathcal{P}(X(f)),x\to\uparrow_g^f(x)\triangleq\{x\}\times X(f-g)$$

称$\uparrow_g^f$为从g向f的柱体扩张.

对上述因素f,g任取$B\in F(X(g))$记

这里$X(f)=X(g)\times X(f-g)$,$x\in X(g)$,$y\in X(f-g)$,$\uparrow_g^f B$是X(f)的模糊子集,即$\uparrow_g^f B\in F(X(f))$,称之为B从g向g的柱体扩张.

2 粗糙模糊概念外延的逼近

定义2给定描述架(U,C,F],取概念$\alpha\in C$,α在论域U中的外延$(\underline{A},\overline{A})\in RF(U)$,

任取因素$f\in F,x\in X(f)$,记$f(\underline{A},\overline{A})(x)=(\bigvee_{f(u)=x}\underline{A}(u),\bigvee_{f(u)=x}\overline{A}(u))$,称$f(\underline{A},\overline{A})$为概念α在表现论域X(f)中的表现外延。

定义3给定描述架(U,C,F],取概念$\alpha\in C$,α在表现论域X(f)中的的表现外延为

$(\underline{B}(f),\overline{B}(f))\in RF(X(f))$,称$f^{-1}(\underline{B}(f),\overline{B}(f))$为反馈外延。

收稿日期:2010-04-05
作者简介:赵利云(1979-),女,内蒙古包头人,讲师,硕士研究生,研究方向为模糊集、模糊控制。

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

定理7给定描述架$(U,C,\{X(f)\}_{f\in F}]$，$\alpha\in C$，α在论域U中的外延$(\underline{A},\overline{A})\in RF(U)$，

则下列各条成立：

1) $\forall f,g\in F, f\geq g\Rightarrow \uparrow_g^f(g(\underline{A},\overline{A}))\supseteq f(\underline{A},\overline{A})$

2) $\forall f\in F,(\underline{A},\overline{A})\subseteq f^{-1}(f(\underline{A},\overline{A}))$，当f单射时，等号成立；

3) $\forall f,g\in F, f\geq g\Rightarrow f^{-1}(f(\underline{A},\overline{A}))\subseteq g^{-1}(g(\underline{A},\overline{A}))$

4) $1^{-1}(1(\underline{A},\overline{A}))=(\underline{A},\overline{A})$

5)对任意$u\in U,0^{-1}(0(\underline{A},\overline{A}))(u)=(\bigvee_{u'\in U}\underline{A}(u'),\bigvee_{u'\in U}\overline{A}(u'))$

6) $\forall f,g\in F$，若$f\wedge g=0$，令$h=f\vee g$，则

$f^{-1}(f(\underline{A},\overline{A}))\cap g^{-1}(g(\underline{A},\overline{A}))=h^{-1}((\uparrow_g^h(g(\underline{A},\overline{A}))\cap(\uparrow_f^h(f(\underline{A},\overline{A})))$

证明：1)任取$(x,y)\in X(f)=X(g)\times X(f-g)$，有

$$\uparrow_g^f(g(\underline{A},\overline{A}))(x,y)=g(\underline{A},\overline{A})(x)=(\bigvee_{g(u)=x}\underline{A}(u),\bigvee_{g(u)=x}\overline{A}(u))$$

$$f(\underline{A},\overline{A})(x,y)=(\bigvee_{f(u)=(x,y)}\underline{A}(u),\bigvee_{f(u)=(x,y)}\overline{A}(u))$$

由$f\geqslant g$可知，对$\forall u\in U, f(u)=(x,y)\Rightarrow g(u)=x$故

$$\bigvee_{g(u)=x}\underline{A}(u)\geq\bigvee_{f(u)=(x,y)}\underline{A}(u),\ \bigvee_{g(u)=x}\overline{A}(u)\geq\bigvee_{f(u)=(x,y)}\overline{A}(u)$$

因此$\uparrow_g^f(g(\underline{A},\overline{A}))\supseteq f(\underline{A},\overline{A})$成立。

2)对$\forall u\in U$，有

$$\begin{aligned}f^{-1}(f(\underline{A},\overline{A}))(u)&=f(\underline{A},\overline{A})(f(u))\\&=(\bigvee_{f(u')=f(u)}\underline{A}(u'),\bigvee_{f(u')=f(u)}\overline{A}(u'))\\&\geq(\underline{A}(u),\overline{A}(u))\end{aligned}$$

故$(\underline{A},\overline{A})\subseteq f^{-1}(f(\underline{A},\overline{A}))$成立，显然，当f是单射时，等号成立。

3)对$\forall u\in U$，有

$$f^{-1}(f(\underline{A},\overline{A}))(u)=f(\underline{A},\overline{A})(f(u))=(\bigvee_{f(u')=f(u)}\underline{A}(u'),\bigvee_{f(u')=f(u)}\overline{A}(u'))$$

$$g^{-1}(g(\underline{A},\overline{A}))(u)=g(\underline{A},\overline{A})(g(u))=(\bigvee_{g(u')=g(u)}\underline{A}(u'),\bigvee_{g(u')=g(u)}\overline{A}(u'))$$

另一方面，由$f\geqslant g$可知，对$\forall u\in U, f(u')=f(u)\Rightarrow g(u')=g(u)$，因此，对$\forall u\in U$，有

$$\bigvee_{f(u')=f(u)}\underline{A}(u')\leq\bigvee_{g(u')=g(u)}\underline{A}(u'),\ \bigvee_{f(u')=f(u)}\overline{A}(u')\leq\bigvee_{g(u')=g(u)}\overline{A}(u')$$

故$f^{-1}(f(\underline{A},\overline{A}))\subseteq g^{-1}(g(\underline{A},\overline{A}))$成立。

4)因为1单射，由2)可得结论成立。

5)对$\forall u\in U$，有

$$\begin{aligned}0^{-1}(0(\underline{A},\overline{A}))(u)&=0(\underline{A},\overline{A})(0(u))=(\bigvee_{0(u')=0(u)}\underline{A}(u'),\bigvee_{0(u')=0(u)}\overline{A}(u'))\\&=(\bigvee_{u'\in U}\underline{A}(u'),\bigvee_{u'\in U}\overline{A}(u'))\end{aligned}$$

6)对于$\forall u\in U$，有

$$\begin{aligned}&h^{-1}((\uparrow_g^h(g(\underline{A},\overline{A}))\cap(\uparrow_f^h(f(\underline{A},\overline{A})))(u)\\&=((\uparrow_g^h(g(\underline{A},\overline{A}))\cap(\uparrow_f^h(f(\underline{A},\overline{A})))(h(u))\\&=(\uparrow_g^h(g(\underline{A},\overline{A}))(f(u),g(u))\wedge(\uparrow_f^h(f(\underline{A},\overline{A}))(f(u),g(u))\\&=g(\underline{A},\overline{A})(g(u))\wedge(f(\underline{A},\overline{A})(f(u))\\&=g^{-1}g(\underline{A},\overline{A})(u)\wedge f^{-1}(f(\underline{A},\overline{A}))(u)\\&=(g^{-1}g(\underline{A},\overline{A}))\cap f^{-1}(f(\underline{A},\overline{A})))(u)\end{aligned}$$

故$f^{-1}(f(\underline{A},\overline{A}))\cap g^{-1}(g(\underline{A},\overline{A}))=h^{-1}((\uparrow_g^h(g(\underline{A},\overline{A}))\cap(\uparrow_f^h(f(\underline{A},\overline{A})))$

对上述结果进行推广，即可得$G\subseteq F,h=\bigvee_{f\in G}f$，若G中因素互相独立，则

$$\bigcap_{f\in G}f^{-1}(f(\underline{A},\overline{A}))=h^{-1}(\bigcap_{f\in G}(\uparrow_f^h(f(\underline{A},\overline{A})))$$

在上述定理的基础上，给出独立因素的反馈外延包络作为概念外延的逼近。

定义4给定描述架$(U,C,\{X(f)\}_{f\in F}]$，$\alpha\in C$，$\in$在论域U中的外延是粗糙模糊集(A，A)，$G\subseteq F$，G中因素互相独立，记$(\underline{A},\overline{A})[G]=\bigcap_{f\in G}f^{-1}(f(\underline{A},\overline{A}))$，称(A，A)[G]为(A，A)的反馈外延包络。

显然，用上述提到的反馈外延包络来逼近粗糙模糊概念时，趋向于更积极的方面。

注释及参考文献：

[1]Zadeh A.fuzzy sets[J].Information and Control,1965(8):338-353.

[2]Pawlak Z.Rough sets[J].Internation Journal of Computer and Information Science,1982(11):341-356.

[3]Nanda S, Majumdar S.Fuzzy rough sets [J].Fuzzy Sets and Systems,1992(45):157-160.

[4]汪培庄,管野道夫. 因素场与Fuzzy集的背景结构[J].模糊数学,1982(2):45-54.

[5]李洪兴.因素空间理论与知识表示的数学框架(III)[J].系统工程学报,1996,11(4):7-16.

[6]谭彦华,谷云东.基于min型表现外延的反馈外延外包络[J].北京师范大学学报(自然科学版),2005,41(5):473-476.

[7]王庆东.基于极小扩展原理的表现外延及其性质[J].模糊系统与数学,2008(3):84-88.

[8]张文修,吴伟志,等.粗糙集理论与方法[M].北京:科学出版社,2001.

[9]李洪兴.因素空间理论与知识表示的数学框架(I)[J].北京师范大学(自然科学版),1996,32(4):470-475.

[10]李洪兴.因素空间理论与知识表示的数学框架(II)[J].北京师范大学(自然科学版),1997,33(2):151-157.

The Approximate to Rough Fuzzy Concept Extension

ZHAO Li-yun

(School of Mathematics, Physics and Biological Engineering, Inner Mongolia

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

(下转34页)

[5]钟麦英, 黄小原.可再生资源开发与投资的H−∞控制策略研究[J].系统工程学报,2000,15(1):80−85.

[6]Lewis, T., Schmalensee, R.. On oligopolistic markets for nonrenewable natural resources[J]. The Quarterly Journal of Economics 95 (1980), 475−491.

[7]Loury, G.. A theory of ‘oil'igopoly: Cournot Nash equilibrium in exhaustible resources markets with fxed supplies[J]. International Economic Review 27 (1986), 285−301.

[8]Groot F., Withagen C.,de Zeeuw. A Note on the open−loop von Stackelberg equilibrium in the cartel−versus−fringe model [J]. Economic Journal 102 (1992), 1478−1484.

[9]Salo S., Tahvonen O.. Oligopoly equilibria in nonrenewable resource markets[J]. Journal of Economic Dynamics & Control 25 (2001), 671−702.

[10]李登峰.微分对策及其应用[M].北京:国防工业出版社,2000.

Equilibrium of An Oligopoly Game Played in Renewable Resource Market

YU Zhao-yang

(Xichang College, Xichang, Sichuan 615013)

Abstract: In this paper, we construct an oligopoly game of renewable resource extraction in which the growth rate is fixed at a constant and the unit production cost function takes the linear form. We study the equilibrium equation satisfied by the equilibrium strategy of the players, and discuss the long-run properties of the total resource reserve level and the total extraction rate on the equilibrium path of the game. The mathematical analysis shows that the extraction strategy which neglects the long-run profits will exhaust the resource at all in the long time and the one which emphasizes the long-run profits will make the resource grow hence get its sustainable development in the long run.

Key words: Renewable resource; Oligopoly game; Equilibrium path; Resource depletion

(上接29页)

University of Science and Technology, Baotou, Inner Mongolia 014010)

Abstract: Based on factor space, present representation extension and feedback extensions of rough fuzzy concept by using extension principle of rough fuzzy sets, the approximate to rough fuzzy concept extension is given out by using feedback extension envelope of rough fuzzy concept.

Key words: Rough fuzzy sets; Extension principle; Feedback extension; Representation extension; Feedback extension envelopes

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net