第 19 卷第 1 期
2005 年 3 月
西昌学院学报·自然科学版
Journal of Xichang College·Natural Science Edition
Vol.19,No.1
Mar., 2005

有限元法及其在岩体力学中的应用

伍 迪，袁前胜，余明东，胡建春

（西昌学院，四川 西昌 615013）

【摘 要】本文介绍了有限元法的基本思想,并探讨了用有限元分析法分析解决岩体工程中计算的理论和步骤,目的在于简化复杂的计算问题。

【关键词】有限元；岩体力学；计算

【中图分类号】O241.82 【文献标识码】A 【文章编号】1673-1891(2005)01-0120-02

1 有限元法的基本思想

有限元法的基本思想是用较简单的方法来处理复杂问题。它将求解域看成若干个有限元的小子域(单元)构成,对于每一个单元假设一个较简单的近似解,然后推导求解该域应满足的条件,进而得到问题的近似解;它能把复杂问题简单化,把无限问题有限化；这对于解决许多难以求得精确解的实际问题的求解非常有效。有限元法的求解不仅计算精度高,而且能适应各种复杂问题，因而已成为工程领域的有效分析手段之一。

有限元是那些集合在一起的能够表示成实际连续域的离散单元。例如:在定积分应用中,定积分:

$$\int_a^b f(x)dx$$

是由曲线$y=f(x)$与直线$x=a$、$x=b$和$y=0$围成的曲边梯形的面积,在近似计算中把该曲边梯形等分为n个相邻小曲边梯形,即把区间〔a,b〕 n等份,每个小曲边梯形的面积用相应的小梯形(或小矩形)的面积代替;第i个小梯形的两个底分别为$f(x_{i-1})$和$f(x_i)$,小梯形的高$h=(b-a)/n$,则得到第i个小梯形的面积

$h(f(x_{i-1})+f(x_i))/2$ 其中：$a=x_0<x_1<\cdots x_{i-1}<x_i \cdots<x_n=b$；$i=1,2,\cdots,n$)

于是得到定积分的近似值:

$$\int_a^b f(x)dx \approx h(f(x_0)+f(x_1))/2+h(f(x_1)+f(x_2))/2+\cdots+h(f(x_{n-1})+f(x_n))/2$$

优化后得:

$$\int_a^b f(x)dx \approx h((f(x_0)+f(x_n)/2+f(x_1)+f(x_2+\cdots+f(x_{n-1}))$$

下面利用上述近似计算公式计算定积分:

$$\int_0^2 e^{x^2}dx$$

的近似值。

设精确度$\varepsilon=0.0005$,为了达到精度要求,这里采用变步长梯形法,先把区间〔0,2〕分为2等份,若达不到精度要求,再分为4等份,依次下去,直到满足精度要求为止。现用计算机来处理,其计算程序如下:

```
#include <math.h>
main()
 {int i;  float  a=0,b=2,n=2,h,ep;  double
ex0,ex1;
h=(b-a)/2; ep=0.0005;ex1=0.0;
do
{ex0=ex1;ex1=(exp(a * a)+exp(b * b))/2;
for (i=1;i<n;i++)
ex1=ex1+exp((a+i * h) * (a+i * h));
ex1=ex1 * h;h=h/2;n=n * 2;}
while(fabs(ex1-ex0)>=ep);
printf("jifenjinshizhi=%f",ex1);}
```

运行结果为:jifenjinshizhi=16.453739

这里用的近似计算方法，其实就是用了有限元方法的基本思想。如前所述有限元法的基本思想虽然很早就有，但真正作为一种理论被提出却是近期的事。由于有限元法的方便性、实用性和有效性,该方法已引起若干领域的科技工作者的浓厚兴趣。随着计算机技术的飞速发展和普及，有限元分析法已扩展到几乎所有科学技术领域，在力学问题的处理中也得到广泛应用。

收稿日期:2004-12-09

作者简介:伍 迪(1982-),男,助教,主要从事理论力学、材料力学、岩体力学等教学。

2 有限元法在岩体力学中的应用

我们可以把有限元分法用来分析和解决岩体力学工程问题，在应用有限元法分析和解决岩体力学工程问题一般可按以下步骤处理：

2.1 确定计算范围和边界条件

许多岩体工程都涉及无限域问题，然而有限元法是把有限的区域离散化；从理论上讲要使误差极小化，计算范围越大越好，但计算范围越大，为了保证离散单元较好的接近实际，离散的单元就越多，离散单元越多计算量就越大，这不仅浪费大量的人力和物力，而且在用计算机计算时，计算每一个单元都会产生相应误差，这样，因计算的单元太多，累计的计算误差就可能增大；若计算范围太小，虽然可以取较少的单元使得计算量小，但边界条件会引起一定的误差；因而应根据有限元法取适当的计算范围，通常计算范围取岩体工程轮廓尺寸的5倍左右。应力边界和位移边界要根据工程所在地的实际条件来确定边界范围及条件。

2.2 对选定区域进行离散化

按有限元法把选定区域(连续体)离散为单元与节点的组合，连续体内部各部分的位移通过节点传递，根据每个单元的不同物理特征建立与原来连续体相似的物理模型，再对单元的位移—应变关系、应力—应变关系和力—位移关系进行综合分析后建立相应的数学模型，也就是通常所说的刚度矩阵。再把各离散化单元的数学模型组合成联立方程组得到总体刚度矩阵。

2.3 选择较好的求解算法

算法选取的目的是确定适合程序设计的计算方案，以便于用计算机语言编写计算程序；常用的算法有直接法、迭代法和高斯消去法等。在选定算法后最好再进行优化，如果不进行优化，可能会在计算中发散或难以收敛而得不到解。在迭代法中如果不进行优化可能发散，即使收敛其收敛速度也可能较慢，并且可能增大误差；在高斯消去法中如果不进行优化可能得不到满秩矩阵而无解，或者在计算过程中由于除数的绝对值太小而产生溢出错误使程序无法继续执行，若除数的绝对值大不仅可避免溢出错误还可降低误差。因此在优化过程中必须确定好主元，可以用选列主元的方法，最好是选全主元，但选全主元的计算程序要复杂一些，计算时间要长些。

2.4 选择适当的计算机语言编程

适合于编写工程计算的计算机语言有C语言、C++、VC、VB和FORTRAN等高级语言，有些年长的工程技术工作者习惯用FORTRAN语言编写工程计算程序，FORTRAN语言虽然计算功能强，但是FORTRAN语言格式要求严格，编程难度大，在程序运行时可视化程度低，界面不够友好，使用不太方便，而且FORTRAN语言近些年没有得到发展，大多数微型计算机用户没有FORTRAN语言的语言处理程序，这就导致了用FORTRAN语言编写的应用程序不易推广使用。而VC或VB是面向对象程序设计语言，用VC或VB编写的程序可以克服FORTRAN的弱点，用户操作更加方便。

2.5 正确输入各参数的初始值

参数初始值的正确性直接影响到计算结果的正确性。由于尺度效应和岩体自然状态的离散性，在实验室中得到的实验值不能较好地反映实际值，不能把实验值直接用来输入计算，往往把实验值和经验值结合起来进行分析后产生的参数初始值作为输入值较好，若有必要还须参照同类工程的初始数据，以提高参数初始值的质量。

2.6 分析计算结果

计算结果是否符合要求，要经过认真分析，如果不符和要求，必须反复地重复以上步骤，直到得到符合要求的结果为止。

Finite Element Method and Application in Rock Physical Power is Studied

WU di, YUAN Qian-sheng, YU Ming-dong, HU Jian-chun

(*Xichang College, Xichang 615013, Sichuan*)

Summary: This text has introduce the basic thought of the law of finite element, has probed into and analysed with the analytical method of finite element that solves theory and step calculating in rock body project, the purpose lies in simplifying the complicated calculation question.

Key words: Finite element; Rock physical power; Studying Calculate